

METODA COUTURATA ROZWIĄZANIA PROBLEMU LEIBNIZA  
DOTYCZĄCEGO ILOŚCI PODMIOTÓW I ORZECZNIKÓW  
W ZDANIACH

W dysertacji pt. »Dissertatio de arte combinatoria in qua ex arithmeticae fundamentis complicationum ac transpositionum doctrina novis praeceptis extruitur, et usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur; nova etiam artis meditandi seu logicae inventionis semina sparguntur,... autore Gottfredo Guilielmo Leibnüzio, Lipsiae 1666«<sup>1)</sup> wysuwa Leibniz następujący problem fundamentalny: na podstawie danego podmiotu wynaleźć wszystkie jego orzeczniki, a na podstawie danego orzecznika wynaleźć wszystkie jego podmioty. Podobny problem znał już – jak mówi Leibniz – w w. XIII Raymundus Lullus<sup>2)</sup>. Ten problem próbował Leibniz rozwiązać<sup>3)</sup>. Nie rozwiązał go jednak w rezultacie poprawnie<sup>4)</sup>. Problem Leibniza próbowano rozwiązywać i później. Dwie są metody rozwiązania tego problemu: metoda Couturata i metoda Dürra. Dürer podaje własne rozwiązanie tego problemu<sup>5)</sup>. Rozwiązuje go ze stanowiska kombinatoryki współczesnej<sup>6)</sup>. W niniejszej pracy uwzględniona jest jako prostsza tylko metoda Couturata rozwiązania tego problemu<sup>7)</sup>.

Zdanie logiczne jest według Leibniza kombinacją dwóch terminów: terminu – podmiotu i terminu – orzecznika<sup>8)</sup>. Zarówno termin – podmiot jak termin – orzecznik może być terminem prostym (np. a, b, c, d) lub złożonym czyli kombinacją terminów prostych (np. ab, abc, abcd). Kombinacje terminów odpowiadają z założenia logicznemu mnożeniu.

Couturat podaje osiem twierdzeń dotyczących kwestii ilości kombinacji terminów tj. ilości terminów – podmiotów

i terminów — orzeczników w rozmaitego kształtu zdaniach<sup>9)</sup>. Rozważmy zdania, których podmiotem lub orzecznikiem jest dana kombinacja  $q$  tj. zdania kształtów:

$q A p, s A q, q E p, s E q, q I p, s I q, q O p, s O q.$

Jeśli założymy, że ilość wszystkich terminów jest  $n$ , to ilość terminów wchodzących do danej kombinacji będzie  $k < n$ , gdzie  $k$  jest ilością terminów danej kombinacji. Twierdzenia dotyczące ilości podmiotów i orzeczników w zdaniach podaje Couturat w postaci wykładników potęgi tj. w postaci liczb umieszczonych z prawej strony u góry danej wielkości, oznaczających ile razy dana wielkość ma być pomnożona przez samą siebie.

## Twierdzenia Couturata

### Twierdzenie pierwsze

Ilość orzeczników w zdaniu ogólnie - twierdzącym jest równa  $2^k - 1$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $k = 3$  będzie  $2^3 - 1 = 7$ , czyli mamy zdanie:

$a b c A p,$

gdzie  $p$  jest jakąkolwiek z 7 kombinacji następujących:

$a, b, c, ab, ac, bc, abc.$

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu

$q A p.$

### Uzasadnienie twierdzenia pierwszego Couturata

W tym twierdzeniu chodzi o wyznaczenie takich klas  $p$ , w których zawiera się klasa  $q$ . Takimi będą wszystkie kombinacje z liter wchodzących do  $q$ . Ilość ich jest  $2^k - 1$ . Więc  $q$  posiada orzeczników  $2^k - 1$  czyli 7 orzeczników w zdaniu ogólnie - twierdzącym.

### Twierdzenie drugie

Ilość podmiotów w zdaniu ogólnie – twierdzącym jest równa  $2^{n-k} - 1$  (a właściwie :  $2^{n-k}$ ).

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n=4$ ,  $k=3$  będzie  $2^{n-k} = 2$ , czyli mamy zdanie:  
 $s A a b c$ ,

gdzie  $s$  jest jakąkolwiek z 2 kombinacji następujących:

$a b c$ ,  $a b c d$ .

Jeśli termin  $abc$  oznaczony przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$s A q$ .

### Uzasadnienie twierdzenia drugiego

Teraz trzeba wziąć klasy, które zawierają się w  $q$ . Otrzymamy je, uzupełniając  $q$  wszystkimi kombinacjami z pozostałych  $n-k$  liter. Do tego trzeba doliczyć i samo  $q$ . Ilość ich jest  $2^{n-k}$ . Więc  $q$  posiada podmiotów  $2^{n-k}$  czyli 2 podmioty w zdaniu ogólnie – twierdzącym.

### Twierdzenie trzecie

Ilość orzeczników w zdaniu ogólnie – przeczącym jest równa  $2^{n-k} - 1$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n=4$ ,  $k=3$  będzie  $2^{n-k} - 1 = 1$ , czyli mamy zdanie:  
 $a b c E p$ ,

gdzie  $p$  jest  $d$ .

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$q E p$ .

### Uzasadnienie twierdzenia trzeciego

#### Couturata

Klasy  $p$  nie powinny zawierać żadnej z  $k$  liter wchodzących do  $q$ . Właściwe kombinacje będą z reszty  $n-k$  liter.

Więc  $q$  posiada orzeczników  $2^{n-k} - 1$  czyli 1 orzecznik w zdaniu ogólnie – przeczącym.

#### Twierdzenie czwarte

Ilość podmiotów w zdaniu ogólnie – przeczącym jest równa  $2^{n-k} - 1$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n = 4$ ,  $k = 3$  będzie  $2^{n-k} - 1 = 1$ , czyli mamy zdanie:

$$s E a b c,$$

gdzie  $s$  jest  $d$ .

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$$s E q.$$

#### Uzasadnienie twierdzenia czwartego Couturata

Ponieważ  $s E q = q E s$ , przeto  $q$  posiada także podmiotów  $2^{n-k} - 1$  czyli 1 podmiot w zdaniu ogólnie – przeczącym.

#### Twierdzenie piąte

Ilość orzeczników w zdaniu szczegółowo – twierdzącym jest równa  $2^n - 2^{n-k}$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n = 4$ ,  $k = 3$ , będzie  $2^n - 2^{n-k} = 14$ , czyli mamy zdanie:

$$a b c I p,$$

gdzie  $p$  jest jakąkolwiek z 14 kombinacji następujących:

$a, b, c, ab, ac, ad, bc, bd, cd, abc, abd, acd, bcd, abcd$ .

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$$q I p.$$

## Uzasadnienie twierdzenia piątego Couturata

Ponieważ zdante  $qIp$  jest negacją zdania  $(3) qEp$ , przeto  $q$  posiada orzeczników  $2^n - 1 - (2^{n-k} - 1)$  tj.  $2^n - 2^{n-k}$  czyli 14 orzeczników w zdaniu szczegółowo – twierdzącym.

### Twierdzenie szóste

Ilość podmiotów w zdaniu szczegółowo – twierdzącym jest równa  $2^n - 2^{n-k}$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n = 4$ ,  $k = 3$ , będzie  $2^n - 2^{n-k} = 14$ , czyli mamy zdanie:

$s I a b c$ ,

gdzie  $s$  jest jakąkolwiek z 14 kombinacji następujących:

$a, b, c, ab, ac, ad, bc, bd, cd, abc, abd, acd, bcd, abcd.$

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$s I q.$

## Uzasadnienie twierdzenia szóstego Couturata

Ponieważ  $s I q = q I s$ , przeto  $q$  posiada także podmiotów  $2^n - 2^{n-k}$  czyli 14 podmiotów w zdaniu szczegółowo – twierdzącym.

### Twierdzenie siódme

Ilość orzeczników w zdaniu szczegółowo – przeczącym jest równa  $2^n - 2^k$ .

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n = 4$ ,  $k = 3$  będzie  $2^n - 2^k = 8$ , czyli mamy zdanie:

$a b c O p$ ,

gdzie  $p$  jest jakąkolwiek z 8 kombinacji następujących:

$d, ad, bd, cd, abd, acd, bcd, abcd.$

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$$q \text{ O } p.$$

### Uzasadnienie twierdzenia siódmego Couturata

Ponieważ zdanie  $q \text{ O } p$  jest negacją zdania (1)  $qAp$ , przeto  $q$  posiada orzeczników  $2^n - 1 - (2^k - 1)$  tj.  $2^n - 2^k$  czyli 8 orzeczników w zdaniu szczegółowo – przeczącym.

### Twierdzenie ósme

Ilość podmiotów w zdaniu szczegółowo – przeczącym jest równa  $2^n - 2^{n-k}$  (a właściwie:  $2^n - 2^{n-k} - 1$ ).

Istotnie, jeśli terminem złożonym będzie termin  $abc$ , to np. dla  $n = 4$ ,  $k = 3$ , będzie  $2^4 - 2^{4-3} - 1 = 13$ , czyli mamy zdanie:

$$s \text{ O } a b c,$$

gdzie  $s$  jest jakkolwiek z 13 kombinacji następujących:

$a, b, c, d, ab, ac, ad, bc, bd, cd, abd, acd, bcd.$

Jeśli termin  $abc$  oznaczymy przy pomocy litery  $q$ , to otrzymamy zdanie kształtu:

$$s \text{ O } q.$$

### Uzasadnienie twierdzenia ósmego

Ponieważ zdanie  $s \text{ O } q$  jest negacją zdania (2)  $sAq$ , przeto  $q$  posiada podmiotów  $2^n - 1 - (2^{n-k})$  tj.  $2^n - 2^{n-k} - 1$  czyli 13 podmiotów w zdaniu szczegółowo – przeczącym.

## PRZYPISY

<sup>1)</sup> G. = Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz, herausgegeben von C. I. Gerhardt, I – VII, Berlin 1875 – 1890, IV, 61 – 72.

<sup>2)</sup> G., IV, 61 – 62: „Propositio componitur ex subiecto et praedicato, omnes igitur propositiones sunt combinationes. Logicae igitur inventivae

propositum est hoc problema solve: 1. Dato subiecto praedicata, 1. dato praedicato subiecta invenire, utraque, tum affirmative, tum negative. Vidit hoc Raym. Lullius... Por. F. B. Kvet, Leibnitz'ens Logik. Nach den Quellen dargestellt, Prag 1857, ss. 53 — 54. Por. także C. L. = L. Couturat, La Logique de Leibniz d'après des documents inédits, Paris 1901, ss. 36 — 38.

<sup>3)</sup> G., IV, 65 — 68.

<sup>4)</sup> Por. C. L., ss. 42, uw. 1; 44, uw. 1; 44 — 45, uw. 1.

<sup>5)</sup> Por. Dürr = K. Dürr, Leibniz' Forschungen im Gebiete der Syllogistik, Berlin 1949, s. 22: „Wir bemerken, dass unsere Darstellung (der Theorie Leibnizens) in gewissem Sinn eine Idealisierung und Vereinfachung dessen ist, was im Original zu finden ist“...

<sup>6)</sup> Por. Dürr, ss. 20.

<sup>7)</sup> Por. C. L., s. 45, uw. 1: „La méthode la plus simple et la plus sûre, pour évaluer la nombre des sujets et prédicats particuliers, consisterait à regarder la particulière affirmative comme la négation de l'universelle négative, et la particulière négative comme la négation de l'universelle affirmative“...

<sup>8)</sup> Logik rosyjski F. Linde w piśmie pt.: „Strojenje poniatja. Łogiceskoje izsledovanje, Pietrograd 1915“ utrzymuje, że podmiot i orzecznik posiadają tylko zdania kategoriyczne typu:

X posiada cechę Y (gdzie Y jest przymiotem X — a) — t. zw. zdania predykatywne.

Inne zaś zdania kategoriyczne, jak np. X jest większe lub mniejsze od Y, a między innymi i zdania warunkowe podmiotu i orzecznika nie posiadają. (ss. 55 — 59).

Autor mówi, że poprzednik i następnik zdania warunkowego nie stanowią dwu zdań kategoriycznych złożonych z podmiotu i orzecznika i połączonych w tym zdaniu spójnikiem, lecz dwie tzw. formy konceptualne. Tak np. zdanie: „Jeśli przekątne równoległoboku są wzajemnie prostopadłe, to boki równoległoboku są równe“, jest równoważne zdaniu: „Jeśli przekątne równoległoboku X są wzajemnie prostopadłe, to boki równoległoboku X są równe“, w którym poprzednik i następnik nie wyrażają zdań złożonych z podmiotu i orzecznika. Zdanie: „Jeśli przekątne równoległoboku są wzajemnie prostopadłe, to boki równoległoboku są równe“ jest określone w danym wypadku tylko przez tzw. formy konceptualne: „przekątne równoległoboku x są wzajemnie prostopadłe“ i „boki równoległoboku x są równe“, a nie przez zdania fałszywe: „przekątne równoległoboku są wzajemnie prostopadłe“ i „boki równoległoboku są równe“ (ss. 41 — 42).

9) Por. C L., s. 45, uw. 1: „En résumé, un terme composé de  $k$  facteurs simples a:

1 <sup>o</sup>	$2^k - 1$	predicats universels affirmatifs;		
2 <sup>o</sup>	$2^{n-k} - 1$	sujets	—	—
	—	prédicats	—	negatifs;
	—	sujets	—	—
3 <sup>o</sup>	$2^n - 2^k$	prédicats particuliers	—	
4 <sup>o</sup>	$2^n - 2^{n-k}$	sujets	—	—
	—	prédicats	—	affirmatifs;
	—	sujets	—	— ”

A. KORCIK .

## COUTURAT'S METHOD OF SOLVING THE PROBLEM OF LEIBNIZ CONCERNING THE NUMBER OF SUBJECTS AND PREDICATES IN A PROPOSITION

### (SUMMARY)

In his *Dissertatio de arte combinatoria* Leibniz has considered the following fundamental problem: Given a certain subject, how to discover all its predicates? or, given a certain predicate, how to discover all its subjects? An analogous problem (as Leibniz notes) was known to Raymundus Lullus in the XIII century. Leibniz made an attempt to solve the problem, but did not solve it correctly, after all. Later, attempts at achieving a solution were repealed. There are two methods of solving the problem: the method of Couturat and that of Dürr. Dürr has published his own solution of the problem, based on the modern *ars combinatoria*. The present work relies on Couturat's method, as the simpler of the two.