

STANISŁAW MAZIERSKI

## RELATYWIZACJA PRZESTRZENI I CZASU W SZCZEGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI

Zarówno ogólna, jak szczególna teoria względności A. Einsteina jest nadal przedmiotem zainteresowania fizyków i filozofów przyrody. Bogata literatura dotycząca tych badań świadczy wymownie o tym, jak wielkie bogactwo treści fizycznej kryje się w teorii Einsteina. Niniejszy artykuł ma na celu wyeksponowanie tych momentów w szczególnej teorii einsteinowskiej, które dotyczą względnego charakteru przestrzeni i czasu. Chodzi mianowicie o to, jaki ma sens twierdzenie, że czas i przestrzeń są względne. Inne kwestie, jak np. omówienie doświadczenia Michelsona-Morleya czy też prezentacja zasady względności w mechanice klasycznej są w takiej mierze uwzględnione, w jakiej przyczyniają się do lepszego zrozumienia einsteinowskiej relatywizacji przestrzeni i czasu. Pomija się natomiast inne ważne wnioski z teorii, które nie są bezpośrednio związane z zagadnieniem zasygnalizowanym w tytule artykułu.

### 1. *Fakty fizyczne poprzedzające powstanie szczególnej teorii względności.*

Teoria Einsteina jest systemem fizycznym traktującym o związkach zachodzących między przestrzenią, czasem, prędkością światła i masą. Stanowi ona ważne ogniwo w procesie rozwoju fizyki. W miarę odkrywania nowych zjawisk elektromagnetycznych, a w szczególności optycznych, zarysowały się sprzeczności w konstrukcji fizyki newtonowskiej (czyli fizyki klasycznej): zauważono, że zjawiska elektromagnetyczne zachowują się inaczej aniżeli fakty przyrodnicze, opisane przez fizykę klasyczną<sup>1</sup>. Na przykład kierunek linii sił pól magnetycznych jest inny od kierunku sił w polu grawitacyjnym.

Rozchodzenie się fal elektromagnetycznych (m.in. świetlnych) pojmowano jako rozprzestrzenianie się tych fal w eterze. W tym przekonaniu

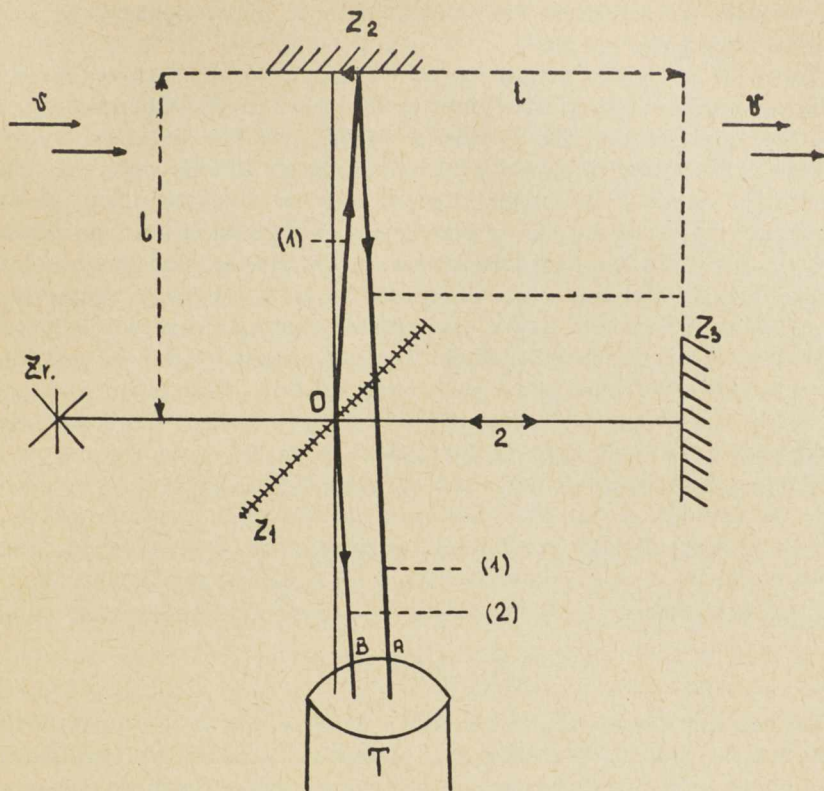
<sup>1</sup> A. Einstein, L. Infeld, *Ewolucja fizyki*, przekład z ang. R. Gajewskiego, Warszawa 1959, s. 211.

niu umocniły fizyków zjawiska uginania, polaryzacji i interferencji światła. Zjawiska te bowiem wskazują na falową strukturę promieniowania, rozchodzącego się w hipotetycznym eterze. Hipoteza o istnieniu tego zagadkowego ośrodka przeszła ewolucję. W okresie rozwoju mechaniki klasycznej uważano go za nieważką, sprężystą materię, zdolną do przenoszenia drgań mechanicznych. Za czasów Faradaya i Maxwella odgrywał rolę podłoża hipotetycznych linii sił, wzdłuż których zachodzi oddziaływanie między cząstkami materii. Z biegiem czasu pozbawiono go całkowicie właściwości mechanicznych, a przypisano mu własność przenoszenia energii elektromagnetycznej. Eter stał się tylko narzędziem myślowym lub fikcją dla wytłumaczenia niektórych zachodzących w świecie zjawisk<sup>2</sup>. Jego fikcyjne istnienie wyszło na jaw, gdy przyrodniczy usiłował odpowiedzieć na pytanie, czy nasz system słoneczny jest nieruchomy, czy też porusza się w przestrzeni. Eksperyment Michelsona-Morleya, wykonany w 1881 r., miał rozstrzygnąć tę kwestię. Przyjęto, że światło rozchodzi się w eterze z prędkością  $c = 300\,000$  km/sek. Założono, że jeżeli istnieje eter we wszechświecie, w którym porusza się Układ Słoneczny wraz z Ziemią, fale świetlne wysłane przez obserwatora na Ziemi w kierunku jej ruchu powinny się opóźnić w stosunku do fal świetlnych wysłanych w przeciwnym kierunku dlatego, że w kierunku ruchu Ziemi są porywane przez wiatr eterowy, wytworzony pędem Ziemi. Promienie świetlne powinny więc być w ruchu względnym w stosunku do nas jako obserwatorów na Ziemi. Jeżeli jesteśmy w ruchu, który odbywa się w niewidzialnym eterze, to przy pomocy odpowiedniego eksperymentu optycznego powinno dać się wykryć ten ruch w eterze. W celu potwierdzenia tych teoretycznych rozumowań Michelson i Morley posłużyli się przyrządem zwanym interferometrem, którego schemat podany jest na rys. 1 (s. 37).

Wiązka światła ze źródła Z zostaje rozdzielona na dwa promienie (1) i (2) przy pomocy zwierciadła  $Z_1$ , pokrytego półprzepuszczalną warstewką srebra. Tak zbudowane zwierciadło część promieni przepuszcza, a część odbija. Promień (1) odbija się od zwierciadła  $Z_1$ , potem od zwierciadła  $Z_2$  i wpada do teleskopu T. Drugi promień przechodzi przez zwierciadło  $Z_1$ . Ten ostatni promień (2) odbija się od zwierciadła  $Z_3$  i część jego przechodzi przez  $Z_1$ , a następnie wraca do źródła światła. Pozostała część odbija się od  $Z_1$  i wpada do teleskopu T. Jeżeli założymy, że Ziemia (lub wiatr eterowy) porusza się w kierunku zaznaczonym strzałkami, to promień (1) powinien się odchylić i przybyć do punktu A, a promień (2) nie powinien zboczyć na drodze  $OZ_3$ , ponieważ porusza się równolegle w kierunku ruchu eteru, przy czym szybkość promienia z O do  $Z_3$  powinna

<sup>2</sup> S. Loria, *Względność i grawitacja. Teoria A. Einsteina*, Lwów 1922<sup>2</sup>, s. 6n.





Rys. 1

być większa niż z  $Z_3$  do  $O$ . Część promienia (2) odbita od zwierciadła  $Z_1$  (w drodze powrotnej) powinna również ulec odchyleniu i przyjść do  $T$  w punkcie  $B$ . Wtedy możemy oczekiwać, że w teleskopie ukażą się jasne i ciemne prążki interferencyjne wskutek różnych faz promieni (1) i (2).

Z teoretycznych obliczeń czasu, jakiego potrzebuje światło na przebycie drogi z  $O$  do  $Z_3$  i czasu potrzebnego na drogę od  $Z_3$  do  $O$  wynika, że te dwa okresy czasu nie są równe. Wobec tego jeden promień powinien się opóźnić w stosunku do drugiego. Gdyby przyrząd nie poruszał się w eterze, to  $t_1$  byłoby równe  $t_2$ .

Obróćmy interferometr o  $180^\circ$  w płaszczyźnie pionowej. Skutek będzie taki, jak gdybyśmy odwrócili kierunek wiatru eterowego. W teleskopie powinniśmy znowu zaobserwować przesunięcie prążków interferencyjnych. Jednakże teoretyczne przypuszczenia okazały się niezgodne z wynikiem eksperymentu. Bardzo niewielkie przesunięcie prążków nie

odpowiadało teoretycznym obliczeniom. Eksperyment wykazał, że przesunięcia wyraźnego nie ma.

Tak więc w wyniku żmudnych doświadczeń nie zaobserwowano przesunięcia prążków interferencyjnych. Wyprowadzono stąd wniosek, że albo eter nie istnieje, albo przyrząd Michelsona nie może go wykryć. W 1890 r. Fitzgerald próbował wyjaśnić, dlaczego Michelsonowi nie udało się wykryć wiatru eterowego. Rozumował on w następujący sposób. Przedmioty, poruszające się w przestrzeni, wywierają parcie na otaczający je eter, wskutek tego przedmioty te się kurczą. Podobnemu skurczeniu uległ interferometr i w ten sposób został wyrównany wpływ wiatru eterowego. Podał on nawet wzór matematyczny na skracanie przedmiotów w ruchu. Fizyk holenderski Lorentz przeanalizował to zagadnienie z punktu widzenia swej teorii elektronowej. Jego zdaniem atomy zawierają naelektryzowane cząstki, które wytwarzają pola elektryczne i magnetyczne. Jeżeli istnieje eter, pola te muszą reagować na niego w formie zagęszczenia atomów, którego widocznym przejawem jest skrócenie przedmiotu. A oto wzór Lorentza na skracanie przedmiotów. Niechaj  $L_0$  oznacza długość przedmiotu w spoczynku,  $L$  — długość przedmiotu w ruchu,  $c$  — szybkość światła,  $v$  — prędkość przedmiotu w eterze, wówczas między tymi wielkościami zachodzi następujące równanie:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (1)$$

Tłumaczenie Lorentza nie zadowoliło fizyków, gdyż jego hipoteza była trudna do sprawdzenia: zakładała możliwość istnienia uprzywilejowanego układu współrzędnych w nieruchomym eterze. Nasunęło się przypuszczenie, że fizycy — być może — błędnie interpretują wynik eksperymentu Michelsona. Takie stanowisko zajął A. Einstein w swej szczególnej teorii względności. Ponieważ jego teoria jest rozszerzeniem i uzupełnieniem fizyki klasycznej, przeto przedstawimy te zasady fizyki newtonowskiej, które pozostają w ścisłym związku ze szczególną teorią Einsteina.

## 2. Zasada względności w mechanice klasycznej<sup>3</sup>.

Gdy twierdzimy, że ciało jest w ruchu, mamy na myśli, iż ono zmienia swe położenie względem innego ciała. To ciało, w stosunku do któ-

<sup>3</sup> Zasada ta w sformułowaniu Einsteina brzmi: „Ist K' ein in bezug auf K gleichförmig und drehungsfrei bewegtes Koordinatensystem, so verläuft das Naturgeschehen in bezug auf K'nach genau denselben allgemeinen Gesetzen wie in bezug auf K. Diese Aussage nennen wir „Relativitätsprinzip“ im engeren Sinne“ (A. Einstein, *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Braunschweig 1963<sup>19</sup>, s. 7).



rego ruch rozważamy, nazywa się układem odniesienia. Wyróżniamy w nim trzy proste przecinające się pod kątem prostym i traktujemy je jako układ współrzędnych. Ruch jest zawsze zrelatywizowany do jakiegoś układu odniesienia. W kinematyce newtonowskiej, która zajmuje się wyłącznie formami ruchu bez uwzględnienia warunków, w jakich ruch zachodzi, jest mowa o ruchu jednostajnym; nie ma ciała, o którym dałoby się powiedzieć, że znajduje się w absolutnym spoczynku. Stan spoczynku jest czymś względnym.

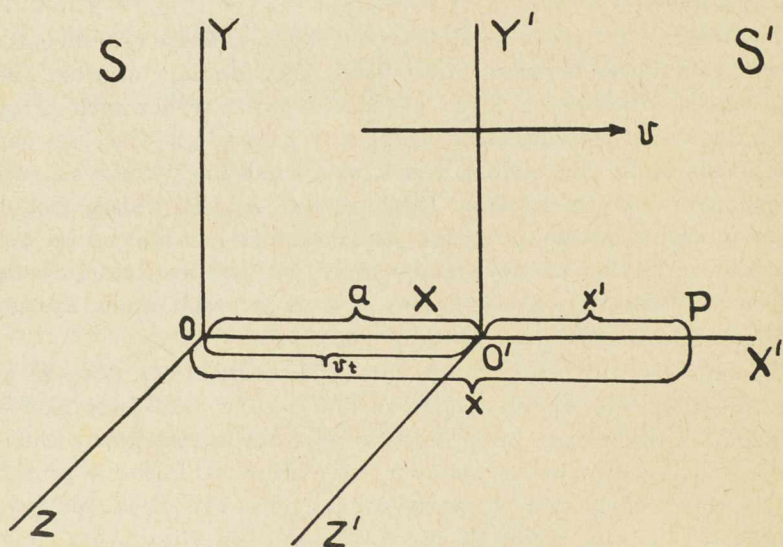
Położenie ciała poruszającego się określamy przy pomocy współrzędnych układu odniesienia. Przemieszczanie się ciała względem układu odniesienia jest funkcją czasu, wobec tego współrzędne są funkcjami czasu, przy czym jest rzeczą obojętną, względem którego układu odniesienia ruch się rozpatruje. Inna sprawa, że ruch ciała w stosunku do różnych układów odniesienia może być różny. Tak np. kula, opuszczona z okna jadącego pociągu dla obserwatora w pociągu będzie spadała wzdłuż linii prostej, ale dla obserwatora, stojącego na torze kolejowym, kula zakreśli parabolę.

Natomiast w dynamice newtonowskiej, która zajmuje się również warunkami powstawania ruchu, czyli siłami, jakie działają na ciała, zasady ruchu obserwowanego na Ziemi są słuszne tylko w pewnych przypadkach i z pewnym przybliżeniem. Jedna z tych zasad głosi, że jeśli na ciało nie działa żadna siła, ciało to jest w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym i prostoliniowym. Tylko wtedy jest ona ważna, jeśli ciało będące w ruchu lub w spoczynku jest dostatecznie oddalone od innych przedmiotów tak, by nie wywierały swego wpływu na ciało poruszające się. Ten warunek może być spełniony jedynie w przybliżeniu, np. gdy za układ odniesienia oberzemy gwiazdy stałe.

Podobnie rzecz się ma z drugą zasadą Newtona, która głosi, że przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do siły działającej na to ciało. Jedna i druga zasada jest słuszna wtedy, gdy rozpatrujemy ciało poruszające się ruchem jednostajnym i prostoliniowym. Pozornie prosty tor toczącej się na stole kuli w rzeczywistości musi być nieco zakrzywiony wskutek obrotowego ruchu Ziemi wokół swej osi. Nie dostrzegamy tej krzywizny tylko dlatego, że droga jest krótka i czas obserwacji niewielki. Dlatego twierdzimy tu, że prawa mechaniki przebiegają tak samo w układzie obracającym się, jak w układzie, który porusza się ruchem prostoliniowym i jednostajnym. Gdybyśmy za Newtonem założyli, że istnieje przestrzeń absolutna i ruch absolutny, powiedzielibyśmy, iż „prawa mechaniki są słuszne w stosunku do układu poruszającego się prostoliniowo i jednostajnie poprzez absolutną przestrzeń tak samo, jak

w stosunku do układu spoczywającego w tej przestrzeni”<sup>4</sup>. Jest to zasada względności w mechanice klasycznej w sformułowaniu Maxa Borna. Wobec tego obserwator, poruszający się w jakimś układzie prostoliniowo i jednostajnie, nie mógłby odróżnić tego ruchu od ruchu absolutnego.

W miejsce hipotetycznej absolutnej przestrzeni, która miała pełnić funkcję absolutnego układu odniesienia, wprowadzono do fizyki pojęcie układu względnego, inercjalnego, czyli układu Galileusza; jest to taki układ odniesienia, w którym prawa mechaniki są jednakowo ważne. Istnieje nieskończenie wiele równoważnych układów inercjalnych, w których wymienione prawa są ważne w swej prostej klasycznej formie. Zilustrujemy to przykładem. Niech będą dane dwa układy odniesienia  $S$  i  $S'$ , z których  $S'$  porusza się względem  $S$  ze stałą prędkością prostoliniowo. Przedstawmy sobie, że względem układu  $S$  leci samolot, również wzdłuż linii prostej i ze stałą prędkością. Ruch samolotu w tym układzie będzie opisany równaniami liniowymi, w których występować będą takie stałe, jak prędkość samolotu i współrzędne położenia w momencie,



Rys. 2

od którego zaczynamy liczyć ruch. W miarę upływu czasu  $t$  współrzędne położenia samolotu  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , będą się zmieniać, czyli współrzędne te będą funkcjami liniowymi czasu.

<sup>4</sup> M. Born, *Die Relativitätstheorie Einsteins*, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1964, s. 58.



Z kolei rozważmy, jak będzie scharakteryzowany ruch samolotu w układzie  $S'$ . Prosty rachunek wskazuje, że ruch ten będzie opisany takimi samymi równaniami, w których wystąpią współrzędne położenia  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , będące również funkcjami liniowymi tego samego czasu  $t$ . Układy odniesienia, poruszające się ruchem prostoliniowym i jednostajnym, mogą być względem siebie położone w różny sposób (czyli różnie zorientowane), co wcale nie wpływa na matematyczny opis tego ruchu. Dla uproszczenia weźmy pod uwagę dwa układy odniesienia poruszające się w stosunku do siebie z prędkością  $v$  prostoliniowo i jednostajnie tak względem siebie zorientowane, że oś  $X$  zlewa się z osią  $X'$ , a oś  $Y$  jest równoległa do osi  $Y'$  i oś  $Z$  jest równoległa do osi  $Z'$  (Rys. 2 na s. 40).

Rozpatrujemy ruch układu kreskowanego  $S'$  względem niekreskowanego  $S$  od momentu  $t_0$ , gdy oba układy się pokryły, czyli gdy punkt  $O$  pokrył się z punktem  $O'$ . W czasie  $t$  układ  $S'$  przesunął się względem układu  $S$  o odcinek  $a = OO' = vt$ . Wówczas współrzędne przedmiotu  $P$  w układzie kreskowanym będą w następujących relacjach do współrzędnych w układzie niekreskowanym:

$$\left. \begin{array}{l} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x = x' + vt \\ y = y' \\ z = z' \end{array} \right\} \quad (2)$$

Równania te wyrażają związki pomiędzy współrzędnymi w obu wymienionych układach i nazywają się przekształceniami lub transformacjami Galileusza. Zasady mechaniki Newtona są słuszne zarówno w układzie  $S'$ , jak w układzie  $S$ . Obecnie możemy sformułować zasadę względności w mechanice klasycznej następująco: prawa mechaniki newtonowskiej są ważne w każdym układzie inercyjnym, czyli są niezmiennicze wobec transformacji Galileusza.

### 3. Zasada względności w szczególnej teorii względności.

Rozchodzenie się światła w próżni (lub w powietrzu) jest również zjawiskiem fizycznym, które przebiega według pewnego prawa: prędkość światła  $c = 300\,000$  km/sek. Skoro tak, to nasuwa się pytanie, czy prawo rozchodzenia się światła jest zgodne z klasyczną zasadą względności. Czy pod tę zasadę podpadają również zjawiska optyczne i w ogólności elektromagnetyczne? Czy one jednakowo przebiegają we wszystkich układach inercyjnych? W celu wyjaśnienia tej kwestii posłużymy się następującym przykładem<sup>5</sup>. Ze stacji  $A$  do stacji  $B$  jedzie pociąg z prędkością

<sup>5</sup> Einstein, *Über die spezielle...*, s. 10-12.

stałą  $v_1$  km/sek. W jednym z wagonów tego pociągu idzie pasażer w kierunku biegu pociągu z prędkością  $v_2$ . Prędkość pasażera względem toru — zgodnie z dodawaniem prędkości w fizyce klasycznej — wynosi  $v = v_1 + v_2$ . Jeżeli pasażer będzie szedł w przeciwnym kierunku, jego prędkość względem toru wyniesie  $v = v_1 - v_2$ .

Niech teraz w roli pasażera wystąpi promień świetlny: raz skierowany zgodnie z kierunkiem biegu pociągu, drugi raz — w przeciwnym kierunku. Praktycznie rzecz biorąc światło rozchodzi się w próżni i w powietrzu z taką samą prędkością. Dla pasażera natomiast w pędzącym pociągu zjawisko rozchodzenia się światła powinno przebiegać inaczej. Dla obserwatora w wagonie prędkość światła biegnącego w kierunku ruchu pociągu powinna wynieść  $c_1 = c - v$ , a prędkość światła wysłanego w przeciwnym kierunku powinna być  $c_2 = c + v$ . Z tych teoretycznych rozważań, opartych na klasycznym dodawaniu prędkości, wynika, że pasażer jadący pociągiem powinien wykryć — przy pomocy rozchodzenia się światła — w którym kierunku porusza się pociąg. Jak już wiemy, w analogicznej sytuacji znajduje się człowiek na Ziemi, wysyłający promień światła w różnych kierunkach w stosunku do poruszającej się kuli ziemskiej. W jednym i drugim wypadku zjawiska optyczne (szerzej mówiąc i elektromagnetyczne) byłyby sprzeczne z zasadą względności w mechanice newtonowskiej, gdyż w różnych układach inercjalnych zachowywałyby się w różny sposób, a w szczególności w układzie nieruchomym i ruchomym.

Skoro doświadczenie Michelsona daje zawsze wynik negatywny (brak wpływu ruchu Ziemi na zjawiska świetlne), to bez względu na to, w którym kierunku promień światła będzie wysłany, należy przyjąć jedyną uzasadnioną możliwość, że dla każdego obserwatora w dowolnym układzie inercjalnym światło rozchodzi się z taką samą prędkością w różnych kierunkach. Wszystkie prawa przyrodnicze, a więc i prawa optyczne (stałość prędkości światła), są ważne we wszystkich układach poruszających się względem siebie jednostajnie i prostoliniowo: jest to tzw. zasada względności w szczególnej teorii Einsteina<sup>6</sup>.

Ale jak to możliwe, żeby prędkość światła była zawsze taka sama bez względu na to, czy zjawisko świetlne obserwujemy w układzie ruchomym lub nieruchomym. Czy nie dałoby się rozciągnąć klasycznej zasady względności na zjawiska i prawa optyczne? W tym miejscu wkracza ze swą teorią względności Einstein twierdząc, że między newtonowską zasadą względności i prawem stałości prędkości światła zachodzi sprzeczność tylko pozorna. Żeby to wykazać, trzeba zmienić nasze poglądy na czas i przestrzeń, a ściślej na nasze sposoby pomiarów tych wielkości. Dotych-

<sup>6</sup> Einstein, Infeld, *Ewolucja...*, s. 194.



czasowe newtonowskie określenie przestrzeni i czasu nie daje żadnej podstawy do ustalenia sposobu oznaczania lub mierzenia czasu i przestrzeni.

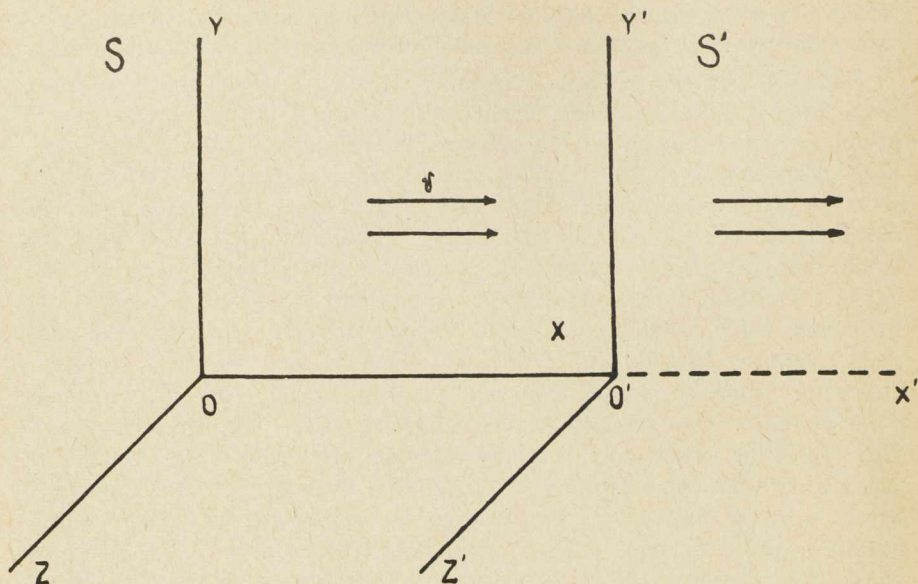
Zachodzi potrzeba podania fizykalnej definicji długości i okresu czasu oraz równoczesności zjawisk, czyli takiej definicji, która określa zespół czynności pomiarowych w celu otrzymania rezultatu pomiaru danej wielkości. Teoria względności czyniąc zadość temu postulatowi zrelatywizowała wyniki pomiarów do układu odniesienia. Dotychczas zakładano, że okres czasu danego zjawiska nie zależy od układu odniesienia, czyli że w każdym układzie jest taki sam; rezultat pomiaru długości również nie zależy od układu odniesienia. Gdy zrezygnujemy z tych dwóch supozycji, będziemy mogli pogodzić klasyczną zasadę względności z prawem stałości prędkości światła. Teoria Einsteina wykazuje, że każdy z obserwatorów np. jeden w pędzącym pociągu, a drugi na torze kolejowym dokonuje pomiaru przy pomocy swoich miar długości i swoich miar czasu. Gdy pierwszy obserwator zmierzy długość pręta lub odstęp czasu za pomocą swoich odpowiednich przyrządów i swoich jednostek pomiarowych, a drugi obserwator, poruszający się względem pierwszego jednostajnie i prostoliniowo, dokona pomiarów tego samego pręta i okresu czasu przy pomocy swoich przyrządów i jednostek pomiarowych, wówczas okaże się, że rezultaty pomiaru dokonane w tych różnych układach odniesienia będą różne. W konsekwencji zdarzenia jednoczesne dla obserwatora w nieruchomym układzie nie będą jednoczesnymi dla obserwatora w układzie ruchomym.

Nasuwa się pytanie, jak obserwator nieruchomy ma ocenić wyniki pomiaru czasu i przestrzeni otrzymane przez obserwatora ruchomego i odwrotnie, ażeby prędkość światła dla jednego i drugiego obserwatora była taka sama. Oceny tej nie można dokonać przy użyciu transformacji Galileusza, gdyż one zakładają takie same wyniki pomiarów we wszystkich układach inercjalnych. Poza tym zwykle dodawanie prędkości doprowadza do rezultatów niezgodnych ze stałą prędkością światła. Z tego powodu teoria Einsteina posługuje się innymi przekształceniami, zwanymi transformacjami Lorentza.

#### 4. Transformacje Lorentza.

Wyobraźmy sobie dwa układy odniesienia  $S$  i  $S'$ , które poruszają się względem siebie ruchem prostoliniowym i jednostajnym z prędkością  $v$ .

Dla ułatwienia niech oś  $X$  będzie skierowana wzdłuż osi  $X'$ . Załóżmy, że w momencie, gdy początek układu  $O$  padnie w punkcie  $O'$ , został wysłany sygnał świetlny. Obserwator nieruchomy w układzie  $S$  ujrzy zjawisko świetlne (czoło fali świetlnej) po upływie czasu  $t$  na powierzchni



Rys. 3

kuli o promieniu  $ct$  i scharakteryzuje je przy pomocy współrzędnych  $x, y, z, t$ . Równanie kuli będzie miało postać:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad (3)$$

Obserwator ruchomy w układzie  $S'$  ujrzy czoło fali świetlnej po upływie czasu  $t_1$  na powierzchni kuli o promieniu  $ct_1$  i scharakteryzuje to zjawisko za pomocą współrzędnych  $x_1, y_1, z_1, t_1$ . Równanie kuli przyjmie dla niego analogiczną postać:

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2 t_1^2 = 0 \quad (4)$$

Równania (3) i (4) odnoszą się do tej samej powierzchni, gdyż obaj obserwatorzy widzieli to samo zjawisko, które przebiegało według tego samego prawa i z tą samą prędkością w obu układach odniesienia. Współrzędne  $x_1, y_1, z_1, t_1$ , w układzie  $S_1$  są funkcją współrzędnych  $x, y, z, t$ , w układzie  $S$ . Związki między współrzędnymi układu niekreskowanego  $S$  i współrzędnymi układu kreskowanego  $S_1$  wyrażają równania zwane transformacjami Lorentza. Ażeby te przekształcenia były możliwe, muszą być spełnione następujące warunki:



(i) przyporządkowanie współrzędnych układu  $S_1$  współrzędnym układu  $S$  powinno być ciągle i jednoznaczne<sup>7</sup>, (ii) zakłada się, że przestrzeń, w której znajdują się obserwatorzy, jest jednorodna i izotropowa, tzn. nie ma w niej uprzywilejowanych obszarów i kierunków, (iii) zjawiska przebiegają jednakowo niezależnie od tego, czy zachodzą one wcześniej lub później od obranego momentu czasu. A oto matematyczna postać transformacji Lorentza:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ z' &= z \\ y' &= y \end{aligned} \right\} t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (5)$$

Z rozwiązania układu równań (5) względem  $x$  i  $t$  otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ z &= z' \\ y &= y' \end{aligned} \right\} t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (6)$$

Jeśli oznaczymy  $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \alpha$ , równania Lorentza przybiorą postać:

$$x' = \alpha(x - vt) \quad x = \alpha(x' + vt') \quad (7)$$

$$t' = \alpha\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \quad t = \alpha\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right) \quad (8)$$

Transformacje Lorentza przechodzą w transformacje Galileusza przy założeniu, że prędkość światła jest nieskończenie wielka:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Zgodnie z założeniami fizyki newtonowskiej okresy czasu w obu układach Galileusza są identyczne ( $t' = t$ )<sup>8</sup>. Jest tak dlatego, że fizyka kla-

<sup>7</sup> Loria, op. cit. s. 47n. Por. również M. Heller, *Czasoprzestrzenne continuum szczególnej teorii względności*, „Roczniki Filozoficzne”, XIII (1965), z. 3, s. 77n.: „O przestrzeni mówimy, że jest ciągła, gdy dla dowolnego punktu  $M$  tej przestrzeni o współrzędnych  $(x_1, x_2 \dots x_n)$  istnieje inny punkt  $N$  tej samej przestrzeni o współrzędnych  $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2 \dots, x_n + \Delta x_n)$  dowolnie mało różnych od współrzędnych punktu  $M$ ”.

<sup>8</sup> „In der Tat ist die Zeit gemäß der klassischen Physik absolut, d.h. von der Lage und dem Bewegungszustande des Bezugssystem unabhängig. Dies kommt in der letzten Gleichung der Galilei-Transformation ( $t' = t$ ) zum Ausdruck” (Einstein, *Über die spezielle...*, s. 34).

syczna rozpatruje prędkości stosunkowo niewielkie w porównaniu do prędkości światła. Różnice pomiarów w różnych układach odniesienia są uchwytne dopiero przy prędkościach zbliżonych do prędkości światła. W wyniku tego faktu dwa zjawiska, które uważano w fizyce klasycznej za równoczesne, nie są takimi ze stanowiska fizyki relatywistycznej. Równoczesność jest względna, czyli jest słuszna tylko w dwóch układach, które są w spoczynku. Gdy jeden układ porusza się względem drugiego ze stałą prędkością, zjawisko jednoczesne w jednym układzie nie jest jednoczesne w drugim układzie<sup>9</sup>. Zilustrujmy to przykładem.

Przedstawmy sobie bardzo długi pociąg pędzący z szybkością 250 000 km/sek. Pierwszy i ostatni wagon tego pociągu posiada automatyczne drzwi, które się otwierają samoczynnie, gdy padnie na nie promień świetlny. Niech obserwator ruchomy, znajdujący się w środku pociągu, wyśle w tym samym momencie dwa promienie świetlne: jeden w kierunku biegu pociągu, a drugi w przeciwnym kierunku. Dla tego obserwatora drzwi się otworzą jednocześnie zgodnie z zasadą stałości prędkości światła. Wyobraźmy sobie, że na peronie stoi drugi obserwator, który w momencie wysyłania promieni świetlnych znajduje się na linii środkowej pociągu. Dla tego obserwatora na peronie najpierw otworzą się drzwi ostatniego wagonu, a potem drzwi pierwszego wagonu. Jak to możliwe, skoro światło biegnie z tą samą prędkością zarówno w stosunku do biegnącego pociągu, jak i do nieruchomego peronu. Dzieje się tak dlatego, że ostatni wagon biegnie na spotkanie z promieniem światła, a pierwszy ucieka przed goniącym go światłem. Promień, wysłany w kierunku ostatniego wagonu, będzie miał do przebycia krótszą drogę, a drugi promień gonący przedni wagon będzie miał — dłuższą drogę. W następstwie tego obserwator na peronie ujrzy niejednoczesne otwieranie się obydwu drzwi. Wyrażenie „jednoczesne zjawisko” ma określony sens fizyczny tylko wtedy, gdy się uwzględni układ odniesienia, w którym to zjawisko zachodzi.

##### 5. Pomiary przestrzeni i czasu:

a) Skrócenie jednostki długości.<sup>10</sup> Niech układ  $S'$  wraz z obserwatorem ruchomym (OR — obserwator ruchomy) porusza się względem układu  $S$ , w którym znajduje się obserwator nieruchomy

<sup>9</sup> Ibid., s. 15n. Według Einsteina równoczesnymi są takie zdarzenia zachodzące w punktach A i B układu odniesienia K, które obserwator znajdujący się w środku odcinka AB spostrzeża w tym samym momencie. Nie definiuje się tu pojęcia równoczesności, lecz przyporządkowuje się mu pewną operację fizyczną. Tego rodzaju definicje Reichenbach nazwał definicjami przyporządkowującymi. Por. H. Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time*, New York 1958, s. 14-19 i 125-129 oraz Heller, l.c. s. 83.

<sup>10</sup> Einstein, *Über die spezielle...*, s. 21n.



(ON — obserwator nieruchomy), w kierunku dodatnim osi X, pokrywającej się z osią X'. Załóżmy, że OR w swoim układzie kreskowanym odmierza długość pręta o odciętych  $x'_1, x'_2$  (długość pręta  $L' = x'_2 - x'_1$ ). Ponieważ prędkość układu S' względem S jest zbliżona do prędkości światła, ON musi wyznaczyć „w lot” długość przejeżdżającego przed nim pręta. Poszuka on w swoim układzie odpowiednich punktów o odciętych  $x_1, x_2$  (a zatem  $L = x_2 - x_1$ ) w tym momencie, w którym oba końce pręta pojawią się dla niego jednocześnie, czyli w tej samej chwili t, gdy  $x_1$  mija  $x'_1$ , a  $x_2$  mija  $x'_2$ . Jak ON oceni zmierzoną długość pręta przez OR? By odpowiedzieć na to pytanie, posłużymy się transformacjami Lorentza, które pozwalają określić stosunek wyników pomiarów dokonanych w dwóch różnych układach odniesienia. Wiemy, że rezultaty pomiaru pręta przez OR i ON będą różne, gdyż równoczesne położenia w układzie ruchomym nie są równoczesnymi w układzie nieruchomym. Równania transformacyjne określają dokładnie wzajemne relacje między wynikami pomiarów:

Z równań (7) dostajemy  $x'_2 - x'_1 = a(x_2 - x_1)$ , a po podstawieniu otrzymujemy:

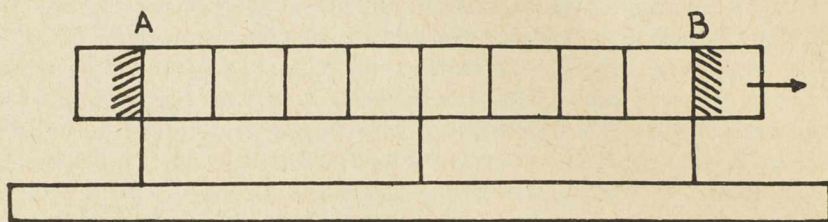
$$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \text{ czyli } L = L' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Długość pręta dla obserwatora nieruchomego będzie krótsza. Innymi słowy, ON oceni długość pręta zmierzonego przez OR jako krótszą. Ale znowu OR tak samo oceni wynik pomiaru dokonanego przez ON, a mianowicie:  $L' = L \sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

b) Wydłużenie jednostki czasu. Załóżmy, że dwaj obserwatorzy A i B zsynchronizowali swoje zegary na odległych od siebie stacjach (w układzie nieruchomym) przy pomocy sygnalizacji świetlnej. Niech obaj wskoczą z tymi zegarami do długiego pociągu jadącego z prędkością zbliżoną do prędkości światła: pierwszy A do ostatniego wagonu, wyposażonego w zwierciadło, a drugi B do pierwszego wagonu również posiadającego zwierciadło (Rys. 4 na s. 48).

Polemy im teraz skontrolować swoje zegary. W tym celu obserwator A wyśle sygnał świetlny do obserwatora B w chwili  $t_1$ . Promień ten odbije się od zwierciadła w chwili  $t_2$  i powróci do A w chwili  $t_3$ . Wynik kontroli będzie następujący. Gdy obserwator A wysyła światło do B, zwierciadło obserwatora B ucieka wraz z pędzącym pociągiem przed czołem promienia świetlnego. Okaże się, że czas biegu promienia od A do B jest dłuższy, niż to było w układzie nieruchomym na stacjach. Niech z kolei obserwator B wyśle sygnał świetlny do A. Obserwator A otrzyma sygnał świetlny po odbiciu się od zwierciadła obserwatora B wcześniej

niż poprzednio na stacji, gdyż zwierciadło będzie szło na spotkanie z promieniem. Obserwator A czekając krócej na sygnał stwierdzi, że zegar jego się późni (powie: „dopiero ta godzina”), a obserwator B, czekając na sygnał dłużej, stwierdzi, że jego zegar się spieszy (powie: „już ta godzina”). Obaj zauważą, że ich zegary zsynchronizowane na stacjach nie chodzą jednakowo w pędzącym pociągu. Wniosek narzuca się taki, że różnice w pomiarach czasu zależą od układu odniesienia.



Rys. 4

Transformacje Lorentza pozwalają ocenić okres czasu, zmierzony w jednym układzie odniesienia ze stanowiska obserwatora w drugim układzie. Niech obserwator ruchomy, znajdujący się w punkcie o odciętej  $x'$ , odczyta na swym zegarze najpierw jeden moment  $t'_1$ , a po chwili drugi moment  $t'_2$ . Odstęp czasu wyniesie:  $T' = t'_2 - t'_1$ . Powstaje kwestia, jak oceni ten odstęp czasu  $T'$  drugi obserwator nieruchomy w układzie S. ON zanotuje na swoich zegarach momenty  $t_1, t_2$  (wobec tego  $T = t_2 - t_1$ ), w których zegar obserwatora ruchomego pokazuje  $t'_1$  i  $t'_2$ . Porównajmy wyniki pomiarów czasu przy pomocy transformacji Lorentza (8). Po wykonaniu prostych podstawień otrzymujemy:

$$t_2 - t_1 = \alpha(t'_2 - t'_1), \text{ czyli } T = \frac{T'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Widzimy więc, że odstęp czasu  $T'$ , zmierzony przez obserwatora ruchomego, drugi obserwator nieruchomy oceni jako dłuższy. Analogicznie odstęp czasu  $T$ , zmierzony przez obserwatora nieruchomego, obserwator ruchomy oceni jako dłuższy.

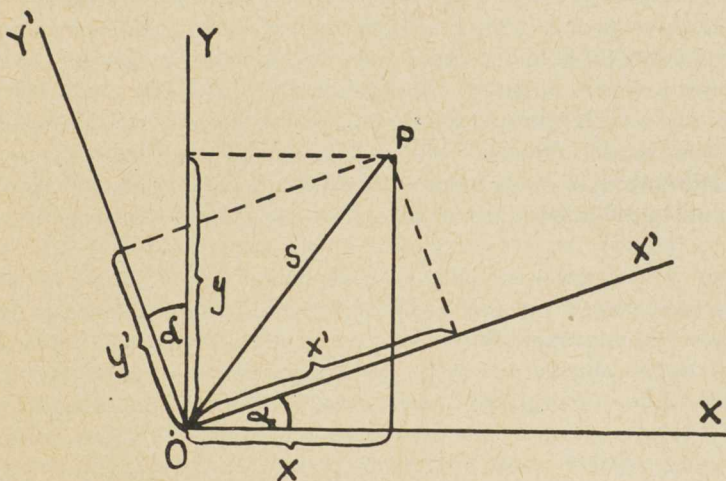
#### 6. Niezmienniczość praw fizycznych wobec transformacji Lorentza.

Z faktu, że rezultaty pomiarów przestrzeni i czasu w różnych układach inercjalnych są różne, nie wynika, iż prawa fizyczne przebiegają niejednakowo w tych układach. Zgodnie z teorią Einsteina wszelkie prawa przy-



rodnicze (jako stałe relacje między wielkościami), a więc i optyczne, powinny być jednakowo ważne we wszystkich układach ruchomych i nieruchomych<sup>11</sup>. Doświadczenie potwierdza ten wniosek. Bieg promienia świetlnego w ciągu określonego czasu możemy przedstawić geometrycznie jako wektor rozpatrywany w dwóch układach odniesienia.

Załóżmy, że układ odniesienia S jest tak zorientowany względem układu S', iż początki układów zlewają się w punkcie O, a oś X jest odchylona od osi X' o kąt  $\alpha$  i odpowiednio oś Y jest odchylona o taki sam kąt  $\alpha$  od osi Y'. Dla uproszczenia oś Z pomijamy. Efekt takiego położenia układów otrzymujemy równie dobrze przez obrót układu S względem układu S' o kąt  $\alpha$ .



Rys. 5

Wektor  $OP = s$  przedstawia drogę promienia świetlnego, wysłanego z początku układu O. Wektor ten nie zależy od wyboru układu, czyli jest niezmiennikiem wobec transformacji współrzędnych jednego układu na współrzędne drugiego układu, co możemy przedstawić geometrycznie:

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad s' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

Łatwo zauważyć, że wektor przedstawiający bieg promienia w określonym czasie, a więc pewne zjawisko fizyczne, jest opisany analogicznymi równaniami w układzie kreskowanym i niekreskowanym, aczkolwiek jest oznaczony różnymi współrzędnymi w obu układach. Myśl tę możemy wyrazić tak — jak to uczyniliśmy wyżej — że prawa przyrodnicze, a zatem

<sup>11</sup> Einstein, Infeld, op. cit., s. 194.

i prawo prędkości światła, są niezmiennicze wobec transformacji Lorentza. Znaczy to tyle, że są niezależne od inercjalnego układu odniesienia, w którym je formułujemy.

### 7. Względne i bezwzględne wielkości.

W szczególnej teorii Einsteina występują względne i bezwzględne wielkości. Do bezwzględnych należą: stałość prędkości światła i prawa fizyczne, a do względnych: przestrzeń, czas i ruch. Pojęcie równoczesności nie ma charakteru absolutnego, lecz zależy od układu odniesienia: dwa zjawiska równoczesne dla obserwatora w układzie nieruchomym nie są równoczesnymi dla obserwatora w układzie ruchomym. Mówiąc, że przestrzeń i czas są względne, chcemy zaznaczyć, że (a) pomiary tychże wielkości są względne, gdyż zależą od tego, w jakim układzie odniesienia są dokonywane, (b) pomiary czasu suponują pomiary przestrzenne. Z drugiej strony pomiary długości ciała ruchomego, dokonane przez ON (znajdującego się w układzie nieruchomym), są zależne od fizycznego określenia równoczesności. Długość ciała, poruszającego się ruchem prostoliniowym i jednostajnym w stosunku do obserwatora nieruchomego, określa się jako odległość między równoczesnymi położeniami końców mierzonego ciała.

Teoria względności zmieniła — w stosunku do mechaniki newtonowskiej — nasz pogląd na czas i przestrzeń. Mechanika klasyczna uważała te wielkości za niezmienniki, a więc za czynniki absolutne. Według Einsteina do opisu jakiegoś zdarzenia nie wystarczy podać współrzędne położenia, lecz należy uwzględnić także czas, w którym ono zachodzi. Łączy się to ściśle z faktem, że oddziaływania nie rozchodzą się w przestrzeni z prędkością nieskończoną: graniczną prędkością fizyczną jest prędkość światła w próżni. Zdarzenia fizyczne, które traktuje się w teorii względności jako położenia punktów materialnych w przestrzeni, trzeba opisywać przy pomocy czterech współrzędnych:<sup>12</sup> trzech współrzędnych przestrzennych:  $x_1, x_2, x_3$  oraz z pomocą czwartej współrzędnej czasowej  $t$ . Czasu nie uważamy już za niezmiennik. Wartość bezwzględna tej współrzędnej jest równa drodze, jaką przebywa promień świetlny w czasie  $t$ . Według Minkowskiego wyrażeniu  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2}$  można nadać także znaczenie długości wektora, jeśli współrzędną  $t$  zastąpi się wyrażeniem  $\sqrt{-1} ct = x_4$ , a współrzędne  $x, y, z$ , pisać się będzie odpowiednio  $x_1, x_2, x_3$ . Wówczas wyrażenie  $s = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$  będzie repre-

<sup>12</sup> Ibid. s. 227. Por. również A. Einstein, *Istota teorii względności*, Warszawa 1958, s. 39): „Prawdziwym elementem stosunków czasoprzestrzennych jest zdarzenie, określone przez cztery liczby  $x_1, x_2, x_3, t'$ . Liczby te należy uważać za współrzędne zdarzenia w kontinuum o czterech wymiarach.



zentować wektor, wychodzący z początku czterowymiarowego układu odniesienia do punktu, określonego czterema współrzędnymi  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

O ile w mechanice klasycznej lokalizowało się zdarzenia w przestrzeni trójwymiarowej niezależnie od czasu i abstrahowało się od miejsca przy pomiarach czasu, o tyle w teorii względności znaczenia fizycznego nie ma ani punkt przestrzeni, ani chwila czasu, w której zjawisko zachodzi, lecz zdarzenie jako całość. „Nie ma więc bezwzględnych (niezależnych od układu odniesienia) stosunków przestrzennych ani bezwzględnych stosunków czasowych pomiędzy zdarzeniami”<sup>13</sup>. Tak więc fizyczne znaczenie posiadają zdarzenia przestrzennoczasowe. W opisie tych ostatnich czas narzuca czwartą współrzędną, która wraz z trzema współrzędnymi przestrzennymi tworzy czterowymiarowe kontinuum. Jeśli w pomiarach przestrzennych ujawnią się efekty kinetyczne, to ujawnią one również swój wpływ na pomiary czasowe<sup>14</sup>. Z tego powodu w teorii Einsteina przyporządkowuje się zdarzeniu cztery liczby, z których trzy określają stosunki przestrzenne, a czwarta określa czas. Zbiór wszystkich wartości współrzędnych konstituuje przestrzeń zdarzeń<sup>15</sup>. Zespolenie tych czterech współrzędnych najbardziej uwidacznia się w transkrypcji Minkowskiego, która sugeruje myśl, że zbędne jest rozróżnianie pomiędzy przestrzenią i czasem. Jeśli każdemu zdarzeniu w czterowymiarowym kontinuum przestrzennoczasowym przyporządkowuje się cztery współrzędne o kształcie  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , to wydawać by się mogło, że zaciera się „granica” między przestrzenią a czasem, co więcej, że tradycyjne pojęcie substancji jako podłoża zjawisk traci swój sens. I rzeczywiście niektórzy autorzy szli tak daleko w swych wypowiedziach<sup>16</sup>. Jednakże sam twórca teorii względności zajął bardziej umiarkowane stanowisko, o czym świadczą jego słowa: „Niepodzielność czterowymiarowej przestrzeni zdarzeń nie oznacza równoważności współrzędnych przestrzennych i współrzędnej czasowej. Przeciwnie, należy pamiętać, że czas został fizycznie określony zupełnie inaczej niż współrzędne przestrzenne. Związki [w zapisie Einsteina:  $\Sigma (\Delta x_i)^2 - c^2 \Delta t^2 = 0$  oraz  $\Sigma (\Delta x'_i)^2 - c^2 \Delta t'^2 = 0$ ], których równoważność określa transformacje Lorentza, wskazują na inną różnicę między współ-

<sup>13</sup> Ibid., s. 39.

<sup>14</sup> Einstein, *Über die spezielle...*, s. 10-14. Por. również Heller, l.c., s. 84.

<sup>15</sup> Einstein, *Istota teorii...*, s. 39n.

<sup>16</sup> „Jeśli więc z Minkowskim nazwiemy kontinuum przestrzennoczasowe krótko »światem«, wówczas nie będziemy już mogli powiedzieć, że podłożem zjawisk jest substancja, wypełniająca przestrzeń trójwymiarową i zmieniająca się w czasie. »Świat« bowiem Minkowskiego nie zna jednej przestrzeni trójwymiarowej i następstwa czasowego stanów substancji, a uznaje tylko jedność wyższego rzędu, kontinuum czterowymiarowe, które zawiera w sobie nieskończenie wiele przestrzeni trójwymiarowych, tak jak przestrzeń trójwymiarowa zawiera nieskończenie wiele powierzchni” (Loria, op. cit., s. 76).

rzędnymi przestrzennymi i czasem: wyraz  $\Delta t^2$  jest opatrzony przeciwnym znakiem do wyrazów przestrzennych  $\Delta x_1^2$ ,  $\Delta x_2^2$ ,  $\Delta x_3^2$ "<sup>17</sup>. Ponieważ czwarta współrzędna jest wielkością urojoną i pod względem fizycznym inaczej określoną niż współrzędne przestrzenne, przeto kontinuum czasoprzestrzenne traktuje się jako czterowymiarowy świat pseudoeuklidesowy. W tym świecie szereg wielkości fizycznych posiada charakter względny, tzn. ich wartości liczbowe, otrzymane w rezultacie pomiarów, są różne w różnych układach.

Pomiary przestrzeni i czasu przyczyniają się nie tylko do poznania ich istoty fizycznej, lecz również stanowią etap do wykrywania prawidłowości zjawisk w przyrodzie. Szczególna teoria względności ujawniła, że chociaż wyniki pomiarów przestrzennych i czasowych są względne, to jednak bezwzględnymi pozostają prawa przyrodnicze jako stałe relacje między wielkościami fizycznymi. Poprzez względność pomiarów przestrzeni i czasu teoria Einsteina dochodzi do formułowania bezwzględnych prawidłowości, a tym samym do niezależnego od podmiotu poznającego opisu rzeczywistości fizycznej<sup>18</sup>.

#### RELATIVISATION OF SPACE AND TIME IN SPECIAL THEORY OF RELATIVITY

##### Summary

The present paper aims at stressing these aspects in special theory of relativity which are concerned with a relative character of space and time, that is, it attempts to examine the sense of the theorem which speaks that time and space are relative.

In Einstein's theory there are relative and absolute quantities. Stability of velocity of light belongs to absolute quantities (laws of nature), and space, time, motion, mass belong to relative ones. The notion of simultaneity is not of absolute character, either. While stating that space and time are relative we suggest that (a) measurements of these quantities are relative because they depend on reference frame in which they are done, (b) measurements of time imply measurements of space.

Space and time cannot be treated separately. Space-time event has a physical meaning and we assign to it four numbers: three space coordinates and one time coordinate.

Though the results of time and space measurements are relative, laws of nature remain absolute being constant relations between physical quantities. Special theory of relativity, through relativity of measurements comes to formulate absolute regularities and thereby to describe physical real world independently from cognitive subject.

<sup>17</sup> Einstein, *Istota teorii...*, s. 40.

<sup>18</sup> Por. S. Mazierski, *Relatywizm epistemologiczny a relatywizm w szczególnej teorii względności*, „Roczniki Filozoficzne”, X (1962), z. 3, s. 22-35.