

4
STANISŁAW KAMIŃSKI

FILOZOFICZNE IMPLIKACJE I KONSEKWENCJE TWIERDZENIA GÖDLA

Minęło pół wieku od udowodnienia przez K. Gödla twierdzenia o istotnej niepełności bogatszych (czyli takich, które zawierają arytmetykę liczb naturalnych) systemów dedukcyjnych, a dyskusje co do filozoficznych implikacji i konsekwencji tego twierdzenia nie ustają. Nawet formalna strona założeń tego dowodu bywa dyskutowana¹. Już to świadczy o szerszym zasięgu i głębszych fundamentach odkrycia Gödla niż to na pierwszy rzut oka się wydaje. Zresztą nie wolno zapominać, iż potem dokonano „rozszerzeń” twierdzenia Gödla (np. Kleene, Rosser, Church, Löwenheim - Skolem, Curry, Henkin, Tarski i Mostowski). Tu chciałbym zwrócić uwagę na filozoficzne (przynajmniej niektóre) konteksty omawianego twierdzenia.

Wydaje się, że mieszczą się one w ramach problematyki epistemologicznej, która wiąże się ze stałym redukowaniem intelektualno-intuicyjnego tudzież treściowego myślenia do sformalizowanego dyskursu oraz tendencji tworzenia dedukcyjnych teorii jak najbardziej ogólnych a zarazem jednoznacznie opisujących określoną dziedzinę. Nie znaczy to, iż oba te nurty w dziejach teorii poznania naukowego nie łączą się ze sobą. Warto je jednak w tych krótkich spostrzeżeniach rozdzielić, aby uwypuklić różnorodność zagadnień, których rozwiązanie sprzęga się mniej albo bardziej pośrednio z twierdzeniem Gödla.

Wstępnie wypada zaznaczyć, że odkrycia zapoczątkowane przez Gödla zahamowały formalizacyjne zapędy, jakie od dawna, a zwłaszcza w epistemologicznych programach Leibniza i Hilberta znalazły swój dobitny wyraz. Nie dotyczą więc rozumu jako takiego, lecz rozumu w jego dążeniu do jak najdalej posuniętej formalizacji teorii. Stanowią wewnętrzne ograniczenie formalizmu². Nie wyznaczają zatem samemu myśleniu ludzkiemu jakichś granic nieprzekraczalnych. Przeciwnie, można nawet widzieć w odkryciu Gödla ogromną potęgę inwencyjną umysłu, skoro potrafił stworzyć taką aparaturę pojęciową oraz takie środki dowodowe, dzięki którym mógł rozwiązać metapoznawcze zagadnienie o dużej ogól-

ności i zasadniczym znaczeniu. Nie tylko dowiadujemy się bowiem, iż większość ciekawych teorii logiko-matematycznych jest istotnie nieadekwatna do opisywanych przez nie dziedzin (teorie nie dadzą się nigdy w pełni zaksjomatyzować) i nie można przeprowadzić dowodu ich niesprzeczności, który nie korzystałby ze środków mocniejszych od danej teorii (a więc ich wewnętrzna niesprzeczność okazuje się jakby wątpliwa), lecz także lepiej poznajemy m. in. naturę dowodu formalnego i definiowalności, własności liczb naturalnych, charakter zdań (złożonych) - szczególnie pod względem ich formalnej rozstrzygalności, stosowność sformalizowanych teorii oraz możliwości rozwojowe maszyn matematycznych.

Uwarunkowania i konsekwencje twierdzenia Gödla zaznaczają się przede wszystkim w związku 1° z tendencją do całkowitej formalizacji myślenia w naukach dedukcyjnych oraz 2° z dążeniem do konstrukcji teorii logiko-matematycznych, które adekwatnie ujmowałyby swą dziedzinę.

1. Formalizacja myślenia domaga się uporania najpierw z pojęciem formy wyrażania, czyli jednoznacznego wskazania jego niezmiennego szkieletu (struktury) w relacji do zmiennej treści. Dlatego już od czasów starożytnych dążono do pełnej determinacji tego, co stanowi formę logiczną i jaka jest zasada przyporządkowania do niej treści wyrażania. W związku z tym podejmowano próby wyczerpującej definicji stałej logicznej i zdania analitycznego oraz dociekano (mniej lub bardziej świadomie) relacji między prawem logicznym, tautologią i prawdą. Otóż twierdzenie Gödla pośrednio stwierdza, iż nie da się ani ogólnie określić (wyczerpująco zdefiniować) formy, stałej logicznej, zdania analitycznego ani całkowicie utożsamić tezy teorii z tautologią i prawdą w naukach formalnych. Ograniczone przeto jest poszerzanie pojęć logiko-matematycznych pod groźbą utraty ich pełnego zdeterminowania. Nade wszystko zaś nie jesteśmy w stanie w sposób zupełny formalizować niektórych dowodów (a co za tym idzie ostatecznie ustalić i wyjaśnić formy poprawnych dowodów) i to dotyczących dość prostych dziedzin. W elementarnej teorii liczb są np. problemy nierozstrzygalne (pytania bez odpowiedzi co do prawdy uzasadnionej w granicach szeroko rozumianej metody aksjomatycznej) lub twierdzenia nierozstrzygalne (zdania, co do których nie da się udowodnić, iż są tezą albo nie)³. Ogólnie więc można powiedzieć, że rozstrzygalności nie da się w zasadzie sprowadzić do formalnych operacji nawet w naukach dedukcyjnych. / Np. nie dla każdego układu reguł zastępowania istnieje ogólna metoda rozstrzygania dla dowolnych wyrażeń A i B, pozwalająca wedle tych reguł

przekształcić A w B.

Wydaje się, iż powodem tych ograniczeń jest nieadekwatność sformułowań myślenia dyskursywnego do faktycznie przebiegających procesów. W tych ostatnich bowiem bierze niekiedy udział intelekt jako samozwrotna władza poznawcza. Tymczasem formalizacja nie obejmuje wszystkich czynności intelektu. Wprowadzenie samozwrotności do sformułowań rozumowania grozi antynomiami.

A wreszcie ograniczenia w formalizacji myślenia pociągają za sobą skutki co do możliwości wykorzystania matematycznych maszyn. Ponieważ opierają się w swym działaniu na algorytmach, które nie mogą w pełni odzwierciedlać operacji myślowych, przeto już w elementarnych teoriach występują problemy, których nie rozwiąże żadna maszyna matematyczna. Umysł ludzki dysponuje więc zasadniczo większymi możliwościami rozwiązywania zagadnień niż tzw. mózgi elektroniczne. Wolno przypuszczać, iż struktura i funkcjonowanie umysłu są istotnie bardziej złożone i subtelne niż maszyn matematycznych choćby dalekiej przyszłości.

2. Ograniczenia typu semantycznego są nie mniej znaczące. Wiążą się głównie z teorią modeli i teorią prawdy oraz jednoznacznością definiowalności terminów. Sformalizowany system ma wiele modeli i nie da się go formalnie ograniczyć tak, aby mówił adekwatnie o jednej dziedzinie. Nie ma więc formalnej metody wydzielenia np. dla arytmetyki liczb naturalnych tylko jednych, „prawdziwych” liczb naturalnych. Ograniczenia formalizmu ujawniają się szczególnie przy tzw. modelach nieregularnych (L. Henkin). Podobnie wszelkie próby definiowania przez postulaty pojęć intuicyjnych, które trudno wprost zdefiniować, nie prowadzą do jednoznacznej determinacji ich sensu. Układ postulatów nie wyznacza do końca funkcji semiotycznych wyrażen pierwotnych. Z tego powodu aksjomatycznie definiowane terminy takie np. jak nieskończoność, zbiór, funkcja zdaniowa, możliwość, konieczność, obliczalność, nie tylko uściślają intuicje z nimi związane ale także je modyfikują, nie wyczerpując wszystkich intuicji z nimi związanych.

Nie ma jednoznacznego przejścia od tego systemu sformalizowanego do jego interpretacji w filozofii (P. F. Strawson). Odpada więc program formalizacji filozofii⁴.

A wreszcie Gödel potwierdził przez swe twierdzenie konieczność ograniczeń, które wiążą się z poszczególnymi poziomami językowymi. Nie tylko nie wolno mieszać stopni języka aby uniknąć antynomii, lecz także trzeba zrezygnować z formalnych determinacji wielu semantycznych

właściwości wyrażen bogatszego języka w jego metajęzyku. W takiej sytuacji właśnie powstał i dalej istnieje problem definicji prawdy dla pewnych języków. Wydaje się nadto, że dalszą konsekwencją ograniczania formalizmu są niepokonalne trudności w redukowaniu pojęć i teorii według hierarchii zaproponowanej przez pozytywistów. Skrajny redukcjonizm ostatecznie zakłada tezę o możliwości sformalizowania pojęć i teorii. Oczywiście, sama redukcja jest tylko zwiększaniem jakby stopnia formalizacji, ale już ta operacja nie może zagwarantować adekwatności poznania zredukowanego. Tymczasem nie zawsze chcemy płacić tak wielki haracz za uproszczenie teorii, a przynajmniej trzeba pamiętać o wspomnianych ubocznych skutkach redukcji.

Warto również zwrócić uwagę, że zachodzi analogia między twierdzeniem Gödla a osiągnięciem Heisenberga. W mechanice kwantowej zupełność ma tylko idealny charakter. Dlatego mechanika musi przybrać statystyczny charakter; inaczej nie wyjaśni jednolicie wszystkich zjawisk mikroświata (np. położenia i pędu cząstki). Idąc jeszcze dalej, można powiedzieć, że twierdzenie Gödla w swym uogólnieniu i rozszerzeniu wyraża znamienne cechę nauki XX w., a mianowicie to, iż metanaukowe uwarunkowania przekraczają poziom poznawczy. Poszukiwanie metauzasadnień podstaw nauki należy także do dziedziny psychologii i socjologii.

Tak przeto zasygnalizowano rozmaite ograniczenia w poznaniu, które w jakikolwiek, choćby częściowy sposób posługuje się formalizacją bogatszych języków. Atoli nie zawsze ograniczenia te przynoszą szkody równe pożytkom, dlatego tak często posługujemy się formalizacją.

P R Z Y P I S Y

¹ Zob. np. F. R i v e t t i B a r b ó, *Über Gödel's Beweis der Unentscheidbarkeit: eine philosophische Bemerkung*, „Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie”, 7(1976) s. 362-366.

² Por. J. L a d r i è r e, *Les limitations internes des formalismes*, Louvain 1957.

³ W. Kneale jako ilustrację twierdzenia Gödla podaje hipotezę Goldbacha (każda liczba parzysta jest sumą dwóch liczb pierwszych), której nie udowodniono ani jej negacji.

⁴ Przede wszystkim nie można języka potocznego formalizować zanim się go nie wyeksplikuje; inaczej formalizacja będzie jedynie dowolnym wyborem pewnych zastosowań tego języka (Strawson).