KS. ANTONI KORCIK

GOTTLOB FREGE JAKO TWÓRCA PIERWSZEGO SYSTEMU AKSJOMATYCZNEGO WSPÓŁCZESNEJ LOGIKI ZDAŃ

SKRÓTY BIBLIOGRAFICZNE

Frege$_1$ = *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens,* von Dr Gottlob Frege Privatdocenten der Mathematik an der Universität Jena, Halle a. s. 1879.

Frege$_2$ = *Anwendungen der Begriffsschrift,* vorgetragen von Dr Frege am 24 Januar 1879, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1879, 29—33.

Frege$_3$ = *Über den Zweck der Begriffsschrift,* vorgetragen von Dr Frege am 27 Januar 1882, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1882, 1—10.

Frege$_4$ = *Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift,* von Dr Frege, Professor an der Universität Jena, Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, LXXXI (1882) 48—56.

Frege$_5$ = Frege G., *Ueber die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene,* Berichte über die Verhandlungen der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch—physische Classe, XLVIII (1896) 361—378.

Frege$_6$ = *Grundgesetze der Arithmetik,* begriffsschriftlich abgeleitet von Dr Frege, Professor an der Universität Jena, I — II, Jena 1893—1903.

Hoppe = Archiv der Mathematik und Physik, LXIII (1879) Litterarischer Bericht, CCLII, 44—45.

Lasswitz = Jenaer Literaturzeitung, VI (1879) 248 — 249.

Łukasiewicz = Łukasiewicz Jan, *Z historji logiki zdań,* Przegląd Filozoficzny, XXXVII (1934) 417 — 437.

Łukasiewicz-Tarski = Łukasiewicz J. i Tarski A., *Untersuchungen über den Aussagenkalkül,* Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, Classe III, XXIII (1930) 30—50.

Michaëlis = Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft, XII (1880) 232—240.

Russell = *Introduction to Mathematical Philosophy*[2], by Bertrand Russell, London 1920.

$Scholz_1$ = Scholz H., *Geschichte der Logik* (Geschichte der Philosophie in Längsschnitten, herausgegeben von Prof. Dr Willy Moog, Heft 4) Berlin 1931.

$Scholz_2$ = Scholz H., *Die klassische deutsche Philosophie und die neue Logik*, Actes du Congrès international de Philosophie scientifique, Sorbonne, VIII (1935) Histoire de la Logique et de la Philosophie scientifique, Paris 1936.

Scholz-Bachmann = Scholz H., und Bachmann F., *Der wissenschaftliche Nachlass von Gottlob Frege*, Actes du Congrès international de Philosophie scientifique, Sorbonne, VIII (1935) Histoire de la Logique et de la Philosophie scientifique, Paris 1936.

Schröder = Zeitschrift für Mathematik und Physik, XXV (1880) Historisch—literarische Abtheilung, 81—94.

Sextus = Sexti Empirici Opera, ex Mss codicibus castigavit, versiones emendavit supplevitque, et toti operi notas addidit Jo. Albertus Fabricius, Lipsiae 1718.

Sleszyński = *Teoria dowodu* (Podług wykładów uniwersyteckich prof. dra Jana Sleszyńskiego opracowana przez S. K. Zarembę) I—II, Kraków 1925—1929.

Hermes-Scholz = Hermes H. und Scholz H., *Ein neuer Vollständigkeitsbeweis für das reduzierte Fregesche Axiomensystem des Aussagenkalküls*, Deutsche Mathematik, Jahrgang I, Heft 6 (1936) 733—772.

W roku 1879 ukazał się w Hali niewielki traktat logiczny, obejmujący 88 stronic, p. t.: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*[1]

Autorem tego traktatu jest Gottlob Frege, docent prywatny matematyki Uniwersytetu w Jenie, urodzony w r. 1848, a zmarły w r. 1925.

---

[1] Wykaz bibliograficzny prac logicznych Fregego jest umieszczony w wydawnictwie amerykańskim *The Journal of symbolic Logic*, w tomie I, nr 4 (December 1936) oraz w tomie III, nr 4 (December 1938), który zawiera listę uzupełnień i sprostowań do bibliografii logiki symbolicznej z roku 1936, sporządzoną przy współudziale prof. A. Fraenkla, prof. H. Scholza i autora niniejszej pracy przez Alonzo Church'a. O rękopisach pośmiertnych Fregego informuje H. Scholz i F. Bachmann w referacie *Der wissenschaftliche Nachlass von Gottlob Frege* (Scholz—Bachmann, ss. 24—30).

Ten traktat jest pierwszą publikacją tego uczonego z dziedziny logiki i stanowi początek nowego okresu w rozwoju tej nauki.

Ze względu na niezwykłe i trwałe jego wartości naukowe chciałbym w niniejszej pracy w sposób możliwie jasny i prosty poddać po raz pierwszy dokładnej analizie jego treść, a w związku z tym przedstawić także pierwsze stadium rozwoju ideografii Fregego, uwzględniając przy tym i inne pisma tego autora, które się wiążą z niniejszym traktatem.

Traktat *Begriffsschrift* był w ciągu dłuższego czasu zapomniany. Dopiero Bertrand Russell pierwszy, jak sam to mówi, zwrócił na niego uwagę i po wielu latach wydobył go z zapomnienia[2]. Podobny los niegdyś dzielił i słynny czterotomowy traktat logiczny z r. 1837 p. t.: *Wissenschaftslehre* Bernharda Bolzana, wydobyty z zapomnienia także dopiero po wielu latach przez Edmunda Husserla.

O znaczeniu traktatu Fregego i zasługach naukowych jego autora mówią: K. Lasswitz[3], R. Hoppe[4], E. Schröder[5], C. Th. Michaëlis[6], L. Rabus[7], a w ostatnich latach J. Łukasiewicz[8] i H. Scholz[9].

---

[2] Russell, s. 25, uw. 2: „These definitions and the generalised theory of induction are due to Frege, and were published so long ago as 1879 in his Begriffsschrift. In spite of the great value of this work, I was, I believe, the first person who ever read it, — more than twenty years after its publication".

[3] Lasswitz, ss. 248—249.

[4] Hoppe, ss. 44—45.

[5] Schröder, ss. 81—83.

[6] Michaëlis, s. 233.

[7] L. Rabus, Die neusten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und die logische Frage, Erlangen 1880.

[8] Łukasiewicz, s. 435: „I oto spotykamy się naraz ze zjawiskiem, które w historji logiki jest w swoim rodzaju jedyne. Bez żadnego pośrednictwa, tak że niepodobna sobie faktu tego historycznie wytłumaczyć, wyskakuje współczesna logika zdań w postaci niemal zupełnie doskonałej z genialnej głowy Gottloba Fregego, tego największego logika naszych czasów. W roku 1879 Frege wydaje niewielką, ale ze

Traktat *Begriffsschrift* składa się z Przedmowy autora i trzech części głównych.

W części pierwszej (§§ 1—12) autor wyjaśnia znaczenie stworzonych przez siebie symbolów.

W części drugiej (§§ 13—22) stosuje te symbole do logiki i przy ich pomocy wyraża zdania oraz stosunki między zdaniami.

W części trzeciej (§§ 23—31) stosuje te symbole do ogólnej teorii ciągów.

W Przedmowie autor zadaje sobie pytanie: jak daleko można dojść w arytmetyce przy pomocy samego rozumowania, opierając się nie na intuicji, a na prawach myśli. Problem ten próbuje zbadać i rozwiązać dopiero w późniejszych pismach, szczególnie w *Grundgesetze der Arithmetik,* gdzie się stara uzasadnić logicznie podstawowe prawa arytmetyki [10].

W rozprawie *Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift* mówi Frege za Leibnizem, że w naukach ścisłych daje się ciągle odczuwać brak pewnego narzędzia, przy pomocy którego możnaby było unikać nieporozumień i błędów w rozumowaniu. Źródłem zaś nieporozumień i błędów jest wadliwość mowy potocznej, wypływająca głównie

---

względu na treść swą ważną rozprawę p. t.: „Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens". W rozprawie tej cała logika zdań przedstawiona jest po raz pierwszy w ściśle aksjomatycznej formie jako system dedukcyjny."

[9] Scholz$_1$, s. 57. Por. także Scholz$_2$, ss. 1—2: „Das Jahr 1879 ist ein Epochenjahr erster Ordnung für die Geschichte der abendländischen Logik; denn es ist das Erscheinungsjahr von Freges „Begriffsschrift", folglich das Geburtsjahr des exakten Aussagenkalküls und eines auf diesem Aussagenkalküls fussenden Praedikatenkalküls"...

[10] Frege$_1$, Vorwort: „Indem ich mir nun die Frage vorlegte, zu welcher dieser beiden Arten die arithmetischen Urtheile gehörten, musse ich zunächst versuchen, wie weit man in der Arithmetik durch Schlüsse allein gelangen könnte, nur gestützt auf die Gesetze des Denkens"...

z wieloznaczności wyrazów. Wadliwość przeto mowy potocznej wywołuje potrzebę posługiwania się w naukach ścisłych symboliką[11]. Dla unikania nieporozumień i błędów w rozumowaniu stworzył Frege swoistą symbolikę (ideografię), którą zaczął się posługiwać w traktacie *Begriffsschrift* i następnie w pracy *Grundgesetze der Arithmetik*. Symbolika Fregego jest bardzo dokładna i subtelna, a nadto posiada ona jeszcze tę zaletę, że brak w niej nawiasów, punktów i innych swoistych znaków, używanych np. przez Peana i autorów *Principia Mathematica* Whiteheada i Russella; jest jednak ona tak zawiła i trudna, że już z tego względu „dzieła Fregego — jak słusznie zauważył Śleszyński — są wprost nie do czytania"[12]. Ażeby móc ze względną łatwością czytać pisma Fregego, szczególnie jego *Grundgesetze der Arithmetik*, należy przestudjować symbolikę Fregego na podstawie traktatu *Begriffsschrift*. Pismo symboliczne w *Begriffsschrift* jest wcześniejszym stadium rozwoju symboliki Fregego, pismo zaś, którym się on posługuje w *Grundgesetze der Arithmetik*, należy do stadium późniejszego[13].

W Przedmowie do traktatu *Begriffsschrift* mówi Frege także za Leibnizem, że stosunek między pismem symbolicznym a mową potoczną jest taki, jak między mikroskopem a okiem. Podobnie jak przy dokładnych obserwacjach naukowych nie wystarcza nam oko i dlatego musimy często po-

---

[11] Frege$_4$, ss. 48, 52: „In den abstracteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer auf's Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, Missverständnisse bei Andern und zugleich Fehler im eignen Denken zu vermeiden. Beide haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache... Die hervorgehobenen Mängel haben ihren Grund in einer gewissen Weichheit und Veränderlichkeit der Sprache... So genügt auch die Wortsprache nicht. Wir bedürfen eines Ganzen von Zeichen, aus dem jede Vieldeutigkeit verbannt ist"...

[12] Śleszyński, I, s. 51.

[13] Frege$_6$, I, s. 5, uw. 1: „Meine Begriffsschrift (Halle a. s. 1879) entspricht nicht mehr ganz meinem jetzigen Standpunkte, ist also zur Erläuterung des hier Ausgeführten nur mit Vorsicht heranzuziehen".

sługiwać się mikroskopem, tak samo w subtelnych badaniach naukowych nie wystarcza nieraz zwykła mowa potoczna i wówczas musimy posługiwać się specjalnym językiem symbolicznym, formalnym jako narzędziem pomocniczym. W dziedzinie symboliki Frege kontynuował właśnie pomysły Leibniza. Pismo symboliczne Fregego jest przeto tylko dalszym rozwojem symboliki Leibniza[14].

Dnia 24 stycznia 1879 roku na posiedzeniu Towarzystwa Lekarsko-Przyrodniczego w Jenie wygłosił Frege wydrukowany później w Sprawozdaniach tego posiedzenia referat: *Anwendungen der Begriffsschrift;* w tym referacie po raz pierwszy próbuje Frege stosować swoje pismo symboliczne do matematyki, a szczególnie do arytmetyki i geometrii[15].

W rozprawie *Ueber die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene* zestawia i porównuje Frege swoje pismo *Begriffsschrift* z logiką Boole'a i logiką Peana. Boole, mówi Frege, uwzględnia w logice tylko formę; logika Boole'a jest przeto logiką czysto abstrakcyjną, formalną, przyodzianą

---

[14] Frege$_1$, Vorwort: „Das Verhältnis meiner Begriffsschrift zu der Sprache des Lebens glaube ich am deutlichsten machen zu können, wenn ich es mit dem des Mikroskops zum Auge vergleiche... Sobald aber wissenschaftliche Zwecke grosse Anforderungen an die Schärfe der Unterscheidung stellen, zeigt sich das Auge als ungenügend. Das Mikroskop hingegen ist gerade solchen Zwecken auf das vollkommenste angepasst, aber eben dadurch für alle andern unbrauchbar. So ist diese Bergriffsschrift ein für bestimmte wissenschaftliche Zwecke ersonnenes Hilfsmittel, das man nicht deshalb verurtheilen darf, weil es für andere nichts taugt... Man kann in den arithmetischen, geometrischen, chemischen Zeichen Verwirklichungen des Leibnizischen Gedankens für einzelne Gebiete sehen. Die hier vorgeschlagene Begriffsschrift fügt diesen ein neues hinzu und zwar das in der Mitte gelegene, welches allen andern benachbart ist. Von hier aus lässt sich daher mit der grössten Aussicht auf Erfolg eine Ausfüllung der Lücken der bestehenden Formelsprachen..."

[15] Frege$_2$, s. 29: „Es sollen im Folgenden einige Beispiele gegeben werden, wie mit Hilfe meiner Begriffsschrift arithmetische und geometrische Verhältnisse ausgedrückt werden können".

w szatę matematyczną. Jeśli się położy główny nacisk na dowodzenie, to pod tym względem zachodzi bliższe pokrewieństwo między *Begriffsschrift* a logiką Boole'a, niż między *Begriffsschrift* a logiką Peana, gdzie dowodzenie schodzi na drugi plan. Peano zaś uwzględnia w logice obok formy i treść, związaną z formą. Pod tym znowu względem zachodzi bliższe pokrewieństwo między *Begriffsschrift* a logiką Peana, niż między *Begriffsschrift* a logiką Boole'a, czyli logika Boole'a jest dla Fregego, wedle terminologii Leibniza, tylko *calculus ratiocinator*, logika Peana jest przeważnie *lingua characteristica*, ale przy tym i *calculus ratiocinator*, natomiast *Begriffsschrift* jest w równej mierze i *lingua characteristica* i *calculus ratiocinator*[16].

W recenzji traktatu *Begriffsschrift* robi Schröder zarzut Fregemu, że jego praca nie ma prawie nic wspólnego z rachunkiem logicznym pojęciowym Boole'a, a odpowiada raczej rachunkowi logicznemu zdaniowemu Boole'a. Wobec tego i tytuł tego traktatu nie jest trafny, albowiem nie odpowiada jego treści; należałoby przeto, zdaniem Schrödera, dać temu

---

[16] Frege$_5$, s. 370—371: „Boole's Logik ist Logik und nichts als dies. Nur auf die logische Form kommt es ihr an, gar nicht darauf, einen Inhalt in diese Form zu giessen, und das grade ist die Absicht des Herrn Peano. In dieser Hinsicht steht sein Unternehmen meiner Begriffsschrift näher als der Logik von Boole. In andrer Hinsicht kann man auch eine engere Verwandtschaft zwischen der Boole'schen Logik und meiner Bergriffsschrift anerkennen, sofern nämlich der Hauptnachdruck auf das Schliessen fällt, was in der Peano'schen rechnenden Logik weniger betont wird. Mit Leibnizischen Ausdrücken kann man sagen: Boole's Logik ist ein calculus ratiocinator, aber keine lingua characteristica, die Peano'sche mathematische Logik ist in der Hauptsache eine lingua characteristica, daneben auch ein calculus ratiocinator, während meine Begriffsschrift beides mit gleichem Nachdrucke sein soll". Por. także Frege$_3$, s. 4: „überblicken wir die boolesche Formelsprache im Ganzen, so erkennen wir, dass sie eine Einkleidung der abstracten Logik in das Gewand algebraischer Zeichen ist: zur Wiedergabe eines Inhaltes ist sie nicht geeignet, und das ist auch nicht ihr Zweck. Und dies ist gerade meine Absicht". Por. także Frege$_1$, Vorwort.

traktatowi tytuł *Urtheilsschrift* (= pismo zdaniowe), a nie *Begriffsschrift* (= pismo ideograficzne, pojęciowe)[17].

Na ten zarzut Frege w referacie *Über den Zweck der Begriffsschrift* tak odpowiada: wobec tego, że punktem wyjścia *Begriffsschrift* jest logika zdań, przeto istnieje wielka różnica między *Begriffsschrift* a logiką Boole'a i logiką Arystotelesa. Chociaż punktem wyjścia *Begriffsschrift* jest logika zdań, mimo to należy uwzględniać i stosunki między pojęciami, a szczególnie stosunek podporządkowania pojęć. Frege podaje następujący przykład stosunku podporządkowania pojęć: zdanie $\begin{array}{l} \vdash\!\!\top\!\!-\, x^4 = 81 \\ \quad\llcorner\!-\, x^2 = 9 \end{array}$ znaczy tyle, co: jeśli $x^2 = 9$, to $x^4 = 81$. Jeśli liczbę, której potęgą drugą jest liczba 9, nazwiemy pierwiastkiem kwadratowym z liczby 9, liczbę zaś, której potęgą czwartą jest liczba 81, nazwiemy pierwiastkiem stopnia czwartego z liczby 81, to będziemy mogli to zdanie wyrazić jeszcze tak: wszystkie pierwiastki kwadratowe z liczby 9 są pierwiastkami stopnia czwartego z liczby 81. W tym wypadku, mówi Frege, pojęcie „pierwiastek kwadratowy z liczby 9" jest podporządkowane pojęciu „pierwiastek stopnia czwartego z liczby 81".[18]

---

[17] Schröder, s. 87: „Mit dem eben charakterisirten Theil des Logikcalculs, d. i. der Boole'schen Rechnung mit Begriffen, hat nun Frege's „Begriffsschrift" in der That fast Nichts gemein* (* Auch in dieser Hinsicht ist der Titel nicht correct und wäre eigentlich durch, Urtheilsschrift, zu ersetzen) Wohl aber mit dem zweiten Theile, der Boole'schen Rechnung mit Urtheilen".

[18] Frege$_3$, ss. 4—5, 8—9: „Schröder sagt, mit der booleschen Rechnung mit Begriffen habe meine Begriffsschrift fast nichts gemein; wohl aber mit der booleschen Rechnung mit Urteilen. In der Tat, es ist einer der bedeutendsten Unterschiede meiner Auffassungsweise von der booleschen und ich kann wohl hinzufügen von der aristotelischen, dass ich nicht von den Begriffen, sondern von den Urteilen ausgehe. Damit ist aber keineswegs gesagt, dass ich nicht das Verhältnis der Unterordnung von Begriffen auszudrücken wüsste... Ein Beispiel wird vom Gegenteil überzeugen. Das Urteil $\begin{array}{l} \vdash\!\!\top\!\!-\, x^4 = 81 \\ \quad\llcorner\!-\, x^2 = 9 \end{array}$ lautet in Wor-

W części pierwszej traktatu *Bergriffsschrift* wyjaśnia Frege znaczenie stworzonych przez siebie symbolów.

Rozróżnia on symbol treści (znaczenia) i symbol zdania.

Przykład symbolu treści:

(1) —— $2 + 3 = 5$

Ten symbol wyraża znaczenie wyrażenia „$2 + 3 = 5$".

Przykład symbolu zdania:

(2) |—— $2 + 3 = 5$

Ten symbol wyraża prawdziwość znaczenia wyrażenia „$2 + 3 = 5$".[19]

Symbol zdania został później przyjęty przez autorów „Principia Mathematica".

Frege rozróżnia także symbol negacji treści i symbol negacji zdania.

Przykład symbolu negacji treści:

(3) —┬— $4 + 2 = 7$

Ten symbol znaczy tyle, co: $4 + 2$ nie jest równe 7.

Przykład symbolu negacji zdania:

(4) |—┬— $4 + 2 = 7$

Ten symbol znaczy tyle, co: prawdą jest, że $4 + 2$ nie jest równe 7.[20]

---

ten: wenn $x^2 = 9$ ist, so ist $x^4 = 81$. Man kann nun eine Zahl, deren Quadrat 9 ist, eine Quadratwurzel aus 9 und eine solche, deren vierte Potenz 81 ist, eine vierte Wurzel aus 81 nennen und dann übersetzen: alle Quadratwurzeln aus 9 sind vierte Wurzeln aus 81. Hierin wird der Begriff „Quadratwurzel aus 9" dem Begriffe „Vierte Wurzel aus 81 untergeordnet".

[19] Frege$_3$, s. 5: „Vor den Ausdruck eines beurteilbaren Inhalts wie $2+3=5$ setze ich einen wagerechten Strich, den Inhaltrsstrich, der sich durch grössere Länge vom Minuszeichen unterscheidet: — $2+3=5$... Wenn ich einen Inhalt als richtig behaupten will, so setze ich an das linke Ende des Inhaltsstriches den Urteilsstrich: |——— $2+3=5$". Por. także Frege$_1$, ss. 1—2.

[20] Frege$_3$, s. 5: „Um die Verneinung eines Inhalts auszudrücken, bringe ich am Inhaltsstriche den Verneinungsstrich an; Z. B.: —┬— $4+2=7$. Hiermit ist die Falschheit dieser Gleichung noch nicht

Między treścią A i treścią B mogą zachodzić według Fregego następujące cztery wypadki:

1) A i B
2) A i nie B
3) nie A i B
4) nie A i nie B

Symbol (5) |‾‾‾‾A
             └B
wyraża negację wypadku trzeciego i znaczy tyle, co: — [— A, + B], t. j.: nie jest prawdą, że A jest fałszem, skoro B jest prawdą, czyli: nie (jeśli B, to nie A), a więc: jeśli B, to A.[21]

Jest to definicja symbolu |‾‾‾‾A
             └B
jako symbolu implikacji czyli okresu warunkowego przy pomocy negacji jako wyrażenia pierwotnego. Tak samo niegdyś zdefiniował implikację stoik Filon z Megary.[22]

Symbol |‾‾‾‾A
         └B
w połączeniu z symbolem negacji tworzy symbole złożone.

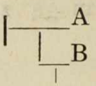
Symbol (6) |‾‾‾‾A
             └┬B
wyraża negację wypadku pierwszego i znaczy tyle, co: — [+ A, + B], t. j.: nie jest prawdą, że A jest prawdą, skoro B jest prawdą, czyli: nie (jeśli B, to nie— nie A), a więc: jeśli B, to nie A.

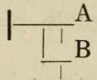
---

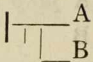
behauptet; es ist nur ein neuer beurteilbarer Inhalt gebildet, der erst durch den Urteilsstrich in |—┬— 4 + 2 = 7 zu dem Urteile „4 + 2 ist nicht gleich 7" wird." Por. także Frege$_1$, s. 10.

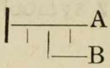
[21] Frege$_3$, ss. 5—6: „Wenn man zwei beurteilbare Inhalte A und B in Beziehung zu einander setzen will, hat man folgende Fälle zu beachten: 1) A und B, 2) A und nicht B, 3) nicht A und B, 4) nicht A und nicht B. Ich verstehe nun unter ‾‾‾‾A
 └B
die Verneinung des dritten Falles". Por. także Frege$_1$, s. 5.

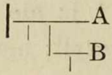
[22] Sextus, Pyrr. Hyp., II, 110; por. także Adv. math., VIII, 113.

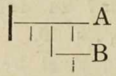
Symbol (7)  wyraża negację wypadku czwartego i znaczy tyle, co: — [— A, — B], t. j.: nie jest prawdą, że A jest fałszem, skoro B jest fałszem, czyli: nie (jeśli nie B, to nie A), a więc: jeśli nie B, to A (A lub B).

Symbol (8)  wyraża negację wypadku drugiego i znaczy tyle, co: — [+ A, — B], t. j.: nie jest prawdą, że A jest prawdą, skoro B jest fałszem, czyli: nie (jeśli nie B to nie—nie A), a więc: jeśli nie B, to nie A.

Symbol (9)  znaczy tyle, co: + [— A, + B], t. j.: prawdą jest, że A jest fałszem, skoro B jest prawdą, czyli nie—nie (jeśli B, to nie A), a więc: jeśli B, to nie A. Jest to wypadek trzeci: nie A i B.

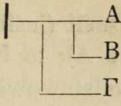
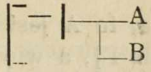
Symbol (10)  znaczy tyle, co: + [+ A, + B] t. j.: prawdą jest, że A jest prawdą, skoro B jest prawdą, czyli: nie—nie (jeśli B, to nie—nie A), a więc: jeśli B, to A. Jest to wypadek pierwszy: A i B.

Symbol (11)  znaczy tyle, co: + [— A, — B] t. j.: prawdą jest, że A jest fałszem, skoro B jest fałszem, czyli: nie—nie (jeśli nie B, to nie A), a więc: jeśli nie B, to nie A. Jest to wypadek czwarty: nie A i nie B.

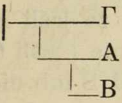
Symbol (12)  znaczy tyle, co: + [+ A, — B] t. j.: prawdą jest, że A jest prawdą, skoro B jest fałszem, czyli: nie—nie (jeśli nie B, to nie—nie A), a więc: jeśli nie B, to A. Jest to wypadek drugi: A i nie B.[23]

---

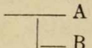
[23] Frege₃, ss. 6—7: „Betrachten wir nun die Verbindungen von Bedingungs und Verneinungsstrich an folgender Zusammenstellung:

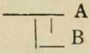
Symbol (13)  znaczy tyle, co: — 

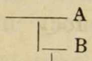
+ Γ], t. j.: — [— A, + B, + Γ], to znaczy: nie jest prawdą, że A jest fałszem, skoro B jest prawdą i Γ jest prawdą, czyli: nie [jeśli Γ, to (jeśli B, to nie A)], a więc: jeśli Γ, to (jeśli B, to A)[24]

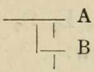
Symbol (14)  znaczy według interpretacji Fregego tyle, co: — [+ B, — A, — Γ], to znaczy: nie jest prawdą, że Γ jest fałszem, skoro prawdą jest, że jeśli B jest praw-

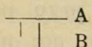
---

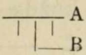
1)  Der Fall „nicht A und B" wird verneint

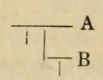
2)  Der Fall „A und B" wird verneint: A und B schliessen einander aus.

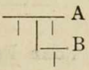
3)  Der Fall „nicht A und nicht B" wird verneint: A oder B.

4)  Der Fał „A und nicht B" wird verneint.

5)  Der Fall „nicht A und B" wird bejaht: B und nicht A.

6)  Der Fall „A und B" wird bejaht: A und B.

7)  Der Fall „nicht A und nicht B" wird bejaht: weder A noch B.

8)  Der Fall „A und nicht B" wird bejaht: A und nicht B.

Wenn wir an den Inhaltsstrichen der links stehenden Ausdrücke den Verneinungsstrich anbringen, so erhalten wir die rechts daneben stehenden. Der links verneinte Fall wird rechts immer bejaht. Der zweite Ausdruck entsteht aus dem ersten dadurch, dass an die Stelle von A das verneinte A tritt. In dem Wortausdrucke heben sich dann die beiden Verneinungen von A auf. Der dritte Ausdruck geht aus dem ersten und der vierte aus dem zweiten dadurch hervor, dass B in das verneinte B verwandelt wird. Das „oder" im dritten Falle ist das nicht ausschliessende". Por. także Frege$_1$, ss. 10—13.

[24] Frege$_1$, ss. 6—7: „den Fall leugnet, wo A verneint, B und Γ bejaht würden..." A ist die nothwendige Folge von B und Γ; oder: wenn die Umstände B und Γ eintreten, so tritt auch A ein".

dą, to A jest fałszem, czyli: nie [jeśli (jeśli B, to nie A), to nie Γ], a więc: jeśli (jeśli B, to nie A), to Γ.[25]

Fregego interpretacja tego podstawowego symbolu jest jednak fałszywa, bo nie jest prawdą, że jeśli B jest prawdą, to A jest fałszem, gdyż z prawdy może wynikać tylko prawda, podczas gdy w tym wypadku z prawdy wynika fałsz.

Ten symbol tak należałoby poprawnie wyrazić i interpretować: — [± B, + A, — Γ], to znaczy: nie jest prawdą, że Γ jest fałszem, skoro prawdą jest, że jeśli B jest prawdą lub fałszem, to A jest prawdą, czyli: nie [jeśli (jeśli B lub nie B, to A), to nie Γ], a więc: jeśli (jeśli B lub nie B, to A), to Γ.[26]

Symbol (15) |——(A ≡ B) znaczy tyle, co: prawdą jest, że treść (znaczenie) A jest równoważna treści (znaczeniu) B i odwrotnie, a zatem A można położyć na miejsce B, a B na miejsce A.[27]

Symbol (16) |——$\overset{a}{\smile}$—— Φ (a) znaczy tyle, co: prawdą jest, że dla każdej wartości a zachodzi Φ (a).[28]

Zdania typu: A, E, O, I wyraża Frege przy pomocy następujących symbolów:

Zdanie typu A: każde X jest P wyraża Frege przy pomocy symbolu |——$\overset{a}{\smile}$—┬——P(a), który znaczy tyle, co: nie
└——X(a)

---

[25] Frege₁, s. 7: „den Fall leugnet, wo B bejaht wird, A und Γ aber verneint werden... wenn A die nothwendige Folge von B ist, so kann geschlossen werden, dass Γ stattfindet“.

[26] Zamiast „den Fall leugnet, wo B bejaht wird, A und Γ aber verneint werden“ ma być „den Fall leugnet, wo B bejaht und A bejaht, oder B verneint werden, Γ aber in beiden Fällen verneint wird“. Por. także Frege₁, s. 36 teza (11 i s. 48, teza 46).

[27] Frege₁, s. 15: „das Zeichen A und das Zeichen B haben denselben begrifflichen Inhalt, sodass man überall an die Stelle von A B setzen kann und umgekehrt“.

[28] Frege₁, s. 19: „Der links von der Höhlung befindliche wagerechte Strich in |——$\overset{a}{\smile}$—— Φ (a) ist der Inhaltsstricht dafür, dass Φ (a) gelte, was man auch an die Stelle von a setzen möge...“.

jest prawdą, że P(a) jest fałszem, a X(a) prawdą, to znaczy: nie jest prawdą, że jeśli X(a), to nie P(a), a więc: prawdą jest, że jeśli X(a), to P(a), czyli: dla każdej wartości a z X(a) wynika P(a).[29]

Zdanie typu E: żadne Ψ nie jest P wyraża Frege przy pomocy symbolu |——a‿——P(a), który znaczy tyle, co: nie
|——Ψ(a)
jest prawdą, że P(a) jest prawdą i Ψ(a) prawdą, to znaczy: nie (jeśli Ψ(a), to nie—nie P(a)), czyli: dla żadnej wartości a z Ψ(a) nie wynika P(a).[30]

Zdanie typu O: pewne Λ nie jest P wyraża Frege przy pomocy symbolu |——a‿——P(a), który znaczy tyle, co: nie
|——Λ(a)
jest prawdą, że każde Λ jest P, a więc: prawdą jest, że pewne Λ nie jest P, czyli: istnieją wartości a, dla których z Λ(a) nie wynika P(a).[31]

Zdanie typu I: pewne M jest P wyraża Frege przy pomocy symbolu |——a‿——P(a), który znaczy tyle, co: nie
|——M(a)
jest prawdą, że żadne M nie jest P, a więc: prawdą jest, że pewne M jest P, czyli: istnieją wartości a, dla których z M(a) wynika P(a).[32]

W części drugiej traktatu *Begriffsschrift* stosuje Frege stworzone przez siebie symbole do logiki i przy ich pomocy wyraża zdania oraz stosunki między zdaniami.

---

[29] Frege$_1$, s. 23: „Was man auch an die Stelle von a setzen möge, der Fall, dass P (a) verneint und X (a) bejaht werden müsste, kommt nicht vor".

[30] Frege$_1$, s. 23: „dem a kann keine solche Bedeutung gegeben werden, dass P (a) und Ψ (a) beide bejaht werden könnten".

[31] Frege$_1$, s. 24: „verneint ——a‿——P (a) und kann daher wie-
|—Λ (a)
dergegeben werden durch:, einige Λ's sind nicht P's'.

[32] Frege$_1$, s. 24: „leugnet, dass kein M ein P sei, und bedeuted daher: einige * (*... weitläufiger würde man sagen:, einige oder mindestens doch ein') M's sind P's.".

W traktacie *Begriffsschrift* podaje Frege 133 zdania, z których 68 (1—68) należy do logiki zdań i tworzy zbudowany aksjomatycznie system dedukcyjny logiki zdań, pozostałe zaś zdania (69—133) należą do ogólnej teorii ciągów.

Spośród 68 zdań 9 zdań (1, 2, 8, 28, 31, 41, 52, 54, 58) przyjmuje Frege jako tezy podstawowe czyli naczelne (aksjomaty).[33] Te tezy, przyjęte bez formalnych dowodów, są wyjaśnione na podstawie definicji symbolu |‾‾‾‾ |__ jako symbolu implikacji. Wszystkie zaś zdania, które nie są ani tezami podstawowymi ani definicjami, są udowodnione formalnie.

W dowodach zdań posługuje się Frege dwiema regułami wnioskowania: regułą podstawiania, której wcale nie formułuje, i regułą odrywania (t. zw. modus ponens), którą formułuje wyraźnie. Regułą odrywania nazywa Frege taki sposób wnioskowania: jeśli litery A, B reprezentują zdania, to ze zdania |——A |_B i ze zdania |——B wynika zdanie |——A.[34]

Ten sposób wnioskowania zapisuje Frege w dwojaki sposób.

Jeśli ‚x' symbolizuje numer zdania |——A |_B, a ‚xx' — numer zdania |——B, to Frege pisze albo

(x): |——B
———————
|——A

, albo

|——A
  |_B [35]

(xx) : : ———————

|——A

---

[33] Frege$_1$, s. 26: „Die Zahl der Sätze, die in der folgenden Darstellung den Kern bilden, ist neun".

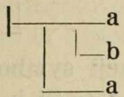
[34] Frege$_6$, I, s. 26: „Dies [scil. Aus den Sätzen |——Γ |_Δ und |——Δ kann geschlossen werden: |——Γ] ist die einzige Schlussweise, die ich meiner Begriffsschrift angewendet habe, und man kann mit ihr auch auskommen".

[35] Frege$_1$, ss. 7—9.

W spisie zdań dowody zaznaczone są krótko w ten sposób: (x) : (xx) : :

W niniejszej pracy podamy 9 tez podstawowych Fregego, na których oparł on i aksjomatycznie zbudował cały swój system dedukcyjny logiki zdań, oraz dwie pierwsze tezy pochodne, oznaczone przez (3 i przez (4.

PIERWSZA TEZA PODSTAWOWA

(1) 

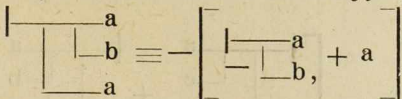
Na mocy interpretacji symbolu (13) teza ta znaczy tyle, co: jeśli a, to (jeśli b, to a), czyli: jeśli jakiekolwiek zdanie jest prawdziwe, to wynika ono z każdego innego zdania, to znaczy: jeśli *a* jest prawdziwe, to wynika ono ze zdania dowolnego (prawdziwego lub fałszywego)

PRZYKŁAD

Jeśli $2+2=4$, to (jeśli $2+2=4$ lub $2+2=5$, to $2+2=4$).

Jest to prawo, nazywane **prawem symplifikacji** lub **charakterystyką prawdy**.

Istotnie, używając znaku, $\equiv$' dla wyrażenia równoznaczności czyli równoważności definicyjnej, mamy:

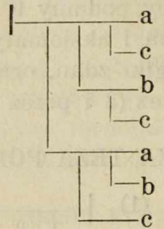
 $\equiv - [\,-a, +b, +a\,]$,

co jest prawdą, bo ostatni wzór wyraża, że zdanie, w którym zawiera się przeczenie *a* i twierdzenie *a*, jest fałszem, t. j.: nie jest prawdą że a jest fałszem, skoro b jest prawdą i a jest prawdą, a więc: prawdą jest, że a jest prawdą, skoro b jest prawdą i a jest prawdą, czyli: nie [jeśli a, to (jeśli b, to nie a)], a więc: jeśli a, to (jeśli b, to a).[36]

---

[36] Frege$_1$, s. 26: „der Fall, wo a verneint, b bejaht und a bejaht wird, ist ausgeschlossen". Dies leuchtet ein, da a nicht zugleich verneint und bejaht werden kann".

DRUGA TEZA PODSTAWOWA

(2) 

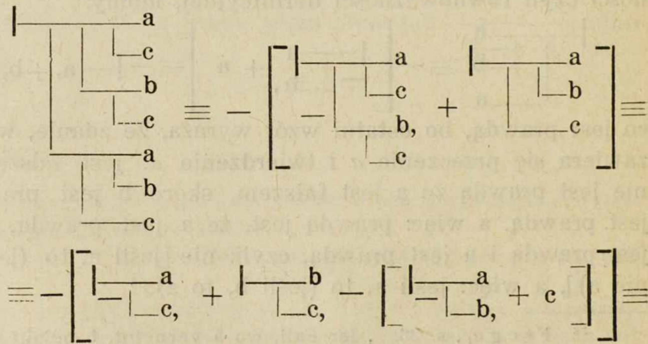
Na mocy interpretacji symbolu (5) i (13) teza ta znaczy tyle, co: jeśli [(jeśli c), to (jeśli b, to a)], to [jeśli (jeśli c, to b), to (jeśli c, to a)]

P R Z Y K Ł A D

Jeśli [(jeśli 6 jest podzielne przez 2), to (jeśli 6 jest podzielne przez 3, to 12 jest podzielne przez 2 i przez 3)] to jeśli [(jeśli 6 jest podzielone przez 2, to 6 jest podzielne przez 3), to (jeśli 6 jest podzielne przez 2, to 12 jest podzielne przez 2 i przez 3)].

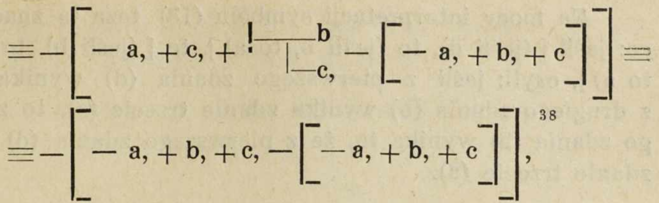
Jest to prawo, które za Scholzem nazywamy p r a w e m F r e g e g o.[37]

Istotnie, mamy:



---

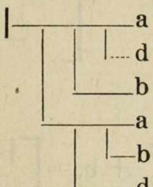
[37] H e r m e s—S c h o l z, s. 735.

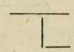


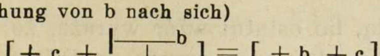
[38]

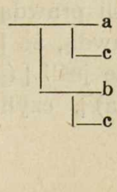
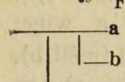
co jest prawdą, bo ostatni wzór wyraża, że zdanie, powstające z połączenia zdań sprzecznych, jest fałszem, t.j.: nie jest prawdą, że jeśli prawdą jest, że [(jeśli c), to (jeśli b, to a)], to nie jest prawdą, że [(jeśli c, to b), to (jeśli c, to a)], a więc: prawdą jest, że jeśli [(jeśli c), to (jeśli b, to a)], to [jeśli (jeśli c, to b), to (jeśli c, to a)], czyli: nie [(jeśli c), to (jeśli b, to a), to nie (jeśli c, to b), to (jeśli c, to a)], a więc: jeśli [(jeśli c), to (jeśli b, to a)], to [jeśli (jeśli c, to b), to (jeśli c, to a)].[39]

TRZECIA TEZA PODSTAWOWA

(8) 

[38] Przy przejściu od przedostatniego zdania do ostatniego posługuje się Frege regułą odrywania (Die Bejahung von  b und c zieht aber die Bejahung von b nach sich)



[39] F r e g e$_1$, ss. 26—28: „der Fall, wo  verneint und  bejaht wird, findet nicht statt“

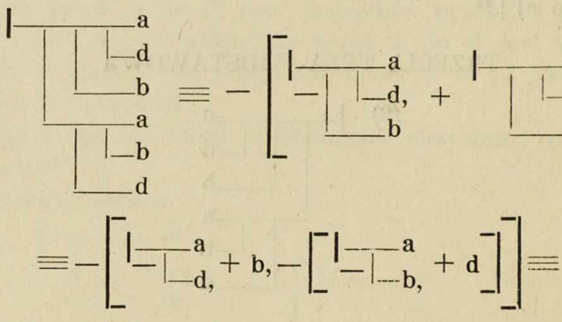
Na mocy interpretacji symbolu (13) teza ta znaczy tyle, co: jeśli [(jeśli d), to (jeśli b, to a)], to [(jeśli b), to (jeśli d, to a)], czyli: jeśli z pierwszego zdania (d) wynika to, że z drugiego zdania (b) wynika zdanie trzecie (a), to z drugiego zdania (b) wynika to, że z pierwszego zdania (d) wynika zdanie trzecie (a).

P R Z Y K Ł A D

Jeśli [(jeśli 6 jest podzielne przez 2), to (jeśli 6 jest podzielne przez 3, to 12 jest podzielne przez 2 i przez 3)], to [(jeśli 6 jest podzielne przez 3), to (jeśli 6 jest podzielne przez 2, to 12 jest podzielne przez 2 i przez 3)]

Jest to **prawo komutacji** czyli **prawo przemienności implikacji**.

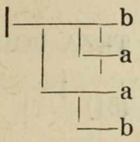
Istotnie, mamy:



$$\equiv -\left[-a, +d, +b, -\left[-a, +b, +d \right] \right]$$

co jest prawdą, bo ostatni wzór wyraża, że zdanie, powstające z połączenia zdań sprzecznych, jest fałszem, t. j.: nie jest prawdą, że jeśli prawdą jest, że [(jeśli d), to (jeśli b, to a)], to nie jest prawdą, że [(jeśli b), to (jeśli d, to a)], a więc: prawdą jest, że jeśli [(jeśli d), to (jeśli b, to a)], to [(jeśli b), to (jeśli d, to a)], czyli: nie [(jeśli d), to (jeśli b, to a), to nie (jeśli b), to (jeśli d, to a)], a więc: jeśli [(jeśli d), to (jeśli b, to a)], to [(jeśli b), to (jeśli d, to a)].[40]

CZWARTA TEZA PODSTAWOWA

(28) 

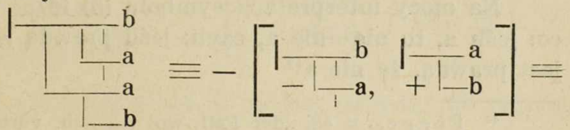
Na mocy interpretacji symbolu (5) i (8) teza ta znaczy tyle, co: jeśli (jeśli b, to a), to (jeśli nie a, to nie b), czyli: jeśli z b wynika a, to z negacji a wynika negacja b, i odwrotnie: jeśli z negacji a wynika negacja b, to z b wynika a.

P R Z Y K Ł A D

Jeśli (jeśli 6 jest podzielne przez 2, to 12 jest podzielne przez 2), to (jeśli 12 nie jest podzielne przez 2, to 6 nie jest podzielne przez 2).

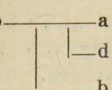
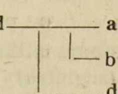
Jest to jedno z praw **transpozycji** czyli **kontrapozycji**.

Istotnie, mamy:



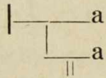
$\equiv - \left[+ b, - a, - \left[- a, + b \right] \right]$, co jest prawdą, bo ostatni wzór wyraża, że zdanie, powstające z połączenia zdań sprzecznych, jest fałszem, t.j: nie jest prawdą, że jeśli praw-

---

[40] Frege$_1$, s. 35: „der Fall, wo  verneint und  bejaht werde, ausgeschlossen sei. Dies kann auch so ausgesprochen werden: „wenn ein Satz die Folge von zwei Bedingungen ist, so ist deren Reihenfolge gleichgiltig".

dą jest, że [(jeśli b, to a)], to nie jest prawdą, że [(jeśli nie a, to nie b)], a więc: prawdą jest, że jeśli (jeśli b, to a), to (jeśli nie a, to nie b), czyli: nie [(jeśli b, to a), to nie (jeśli nie a, to nie b)], a więc: jeśli (jeśli b, to a), to (jeśli nie a, to nie b).[41]

PIĄTA TEZA PODSTAWOWA

(31) 

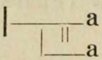
Na mocy interpretacji symbolu (7) teza ta znaczy tyle, co: jeśli nie—nie a, to a, czyli: jeśli nie jest prawdą, że nie a, to a.[42]

P R Z Y K Ł A D

Jeśli nie jest prawdą, że 2 + 2 nie jest równe liczbie 4, to 2 + 2 jest równe liczbie 4.

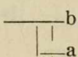
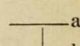
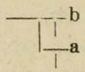
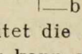
Jest to pierwsze prawo podwójnego przeczenia.

SZÓSTA TEZA PODSTAWOWA

(41) 

Na mocy interpretacji symbolu (6) teza ta znaczy tyle, co: jeśli a, to nie—nie a, czyli: jeśli prawdą jest, że a, to nie jest prawdą, że nie a[43]

---

[41] Frege$_1$, s. 43: „der Fall, wo  verneint und  bejaht wird, findet nicht statt“. Die Verneinung von  bedeutet, dass $\top$ *a* bejaht und $\top$ *b* verneint wird; d. h. dass *a* verneint und *b* bejaht wird. Dieser Fall wird durch  ausgeschlossen“.

[42] Frege$_1$, s. 44: „$\top\top$a bedeutet die Verneinung der Verneinung, mithin die Bejahung von a. Es kann also nicht a verneint und (zugleich) $\top\top$a bejaht werden. Duplex negatio affirmat. Die Verneinung der Verneinung ist Bejahung.

[43] Frege$_1$, s. 47: „Die Bejahung von a verneint die Verneinung von a“.

P R Z Y K Ł A D

Jeśli prawdą jest, że 2 + 2 jest równe liczbie 4, to nie jest prawdą, że 2 + 2 nie jest równe liczbie 4.

Jest to drugie p r a w o p o d w ó j n e g o p r z e c z e n i a.

Do tez podstawowych (5) i (6) odnosi się uwaga Fregego, zrobiona w końcu przedmowy do traktu *Begriffsschrift*, że obie te tezy mogą być połączone w taką jedną tezę: $\vdash\!\!-\!\!-\!\!-(\top\!\!\top\ a \equiv a)$, która, na mocy interpretacji symbolu (15), znaczy tyle, co: prawdą jest, że nie—nie a jest równoważne a i odwrotnie[44]

SIÓDMA TEZA PODSTAWOWA

$$(52)\quad \begin{array}{l} \vdash\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\, f(d) \\ \quad\ \ \lfloor\!\!-\, f(c) \\ \ \ \lfloor\!\!-\!\!-\!\!-\, (c \equiv d) \end{array}$$

Na mocy interpretacji symbolu (13) i (15) teza ta znaczy tyle, co: jeśli c ≡ d, to (jeśli f (c), to f (d))

Istotnie, mamy:

$$\begin{array}{l} \vdash\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\, f(d) \\ \quad\ \ \lfloor\!\!-\, f(c) \\ \ \ \lfloor\!\!-\!\!-\!\!-\, (c \equiv d) \end{array} \equiv - \left[\begin{array}{l} \vdash\!\!-\!\!-\!\!-\, f(d) \\ -\lfloor\!\!-\, f(c), \end{array} + (c \equiv d) \right] \equiv$$

$$\equiv - \left[- f(d), + f(c), + c \equiv d \right]$$, co jest prawdą, bo ostatni wzór wyraża, że nie jest prawdą, że f (d) jest fałszem, skoro f (c) jest prawdą i c ≡ d jest prawdą, a więc: prawdą jest, że f (d) jest prawdą, skoro f (c) jest prawdą i c ≡ d jest prawdą, czyli: jeśli c ≡ d, to (jeśli f (c), to f (d)).[45]

---

[44] F r e g e$_1$, Vorwort: „Nachträglich habe ich bemerkt, dass die Formeln (31) und (41) in die einzige $\vdash\!\!-\!\!-\!\!-(\top\!\!\top\ a \equiv a)$ zusammengezogen werden können, wodurch noch einige Vereinfachungen möglich werden".

[45] F r e g e$_1$, s. 50: „Der Fall, wo der Inhalt von c gleich dem, Inhalte von d ist, wo f (c) bejaht und f (d) verneint wird, findet nicht statt. Dieser Satz drückt aus, dass man überall statt c d setzen könne, wenn c ≡ d ist".

ÓSMA TEZA PODSTAWOWA

$$(54)\quad \vdash\!\!\!\text{———}\;(c \equiv c)$$

Na mocy interpretacji symbolu (2) i (15) teza ta znaczy tyle, co: prawdą jest, że treść c jest równoważna treści c i odwrotnie.[46]

DZIEWIĄTA TEZA PODSTAWOWA

$$(58)\quad \begin{array}{l} \vdash\!\!\text{—}\!\!\!\top\!\!\text{————}\, f(c) \\ \quad\;\; \llcorner\text{—}\overset{a}{\smile}\text{—}\, f(a) \end{array}$$

Na mocy interpretacji symbolu (5) teza ta znaczy tyle, co: nie jest prawdą, że f (c) jest fałszem, a f (a) prawdą, czyli: dla każdej wartości a: nie (jeśli f (a), to nie f (c)), a więc: jeśli f (a), to f (c).[47]

W przygotowanym do druku w r. 1881 rękopisie p. t.: „Booles rechnende Logik und Begriffsschrift" mówi Frege, że tezy podstawowe: czwarta (28), piąta (31) i szósta (41) mogą być zredukowane do dwu. Te dwie tezy są umieszczone w rękopisie p. t.: „Mathematische Einfälle" i są tam tak sformułowane:

(1) Jeśli (jeśli nie p, to q), to (jeśli nie q, to p)

(2) Jeśli (jeśli p, to nie q), to (jeśli q, to nie p).[48]

Zdaniem Łukasiewicza układ tez podstawowych Fregego, jakkolwiek jest zupełny, nie jest jednak niezależny, bo tezę podstawową trzecią (8) można wywnioskować z dwu pierwszych, trzy zaś następne (28, 31, 41) można zastąpić przez tezę, która tak się wyraża: jeśli (jeśli nie p, to nie q), to (jeśli q, to p).[49]

---

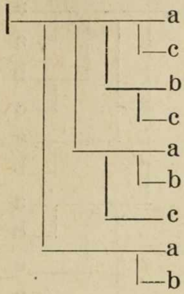
[46] F r e g e$_1$, s. 50: „Der Inhalt von c ist gleich dem Inhalte von c".

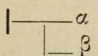
[47] F r e g e$_1$, s. 51: „$\text{——}\overset{a}{\smile}\text{——}$ f (a) bedeutet, dass f (a) stattfinde was man auch unter a verstehen möge. Wenn daher $\text{——}\overset{a}{\smile}\text{——}$ f (a) bejaht wird, so kann f (c) nicht verneint werden. Dies drückt unser Satz aus".

[48] H e r m e s—S c h o l z, s. 742.

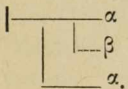
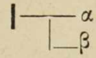
[49] Ł u k a s i e w i c z—T a r s k i, s. 35, uw. 9.

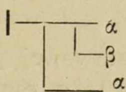
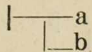
TEZA POCHODNA, którą Frege oznacza przez (3.



Ta teza jest szczegółowym przypadkiem takiej tezy: jeśli α jest tezą prawdziwą, a β jest jakąkolwiek tezą, to prawdziwą będzie także teza 

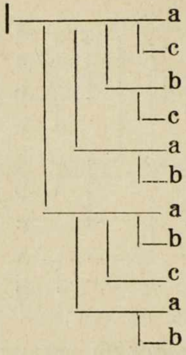
Dowód Fregego.

Na podstawie pierwszej tezy podstawowej prawdziwa jest teza  Stosując do tej tezy regułę odrywania, otrzymamy, wskutek prawdziwozści α, teę 

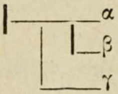
Ażeby otrzymać tezę, oznaczoną przez (3, należy zastosować do tezy  regułę podstawiania, t. zn. należy za α podstawić drugą tezę podstawową, która, jak już wiadomo, jest tezą prawdziwą, a za β — tezę 

Po wykonaniu podstawień otrzymamy na mocy reguły odrywania w rezultacie tezę, którą Frege oznacza przez (3.

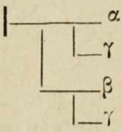
TEZA POCHODNA, którą Frege oznacza przez (4.



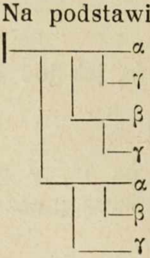
Ta teza jest szczegółowym przypadkiem takiej tezy: jeśli teza

(1)  jest tezą prawdziwą, to prawdziwą jest także

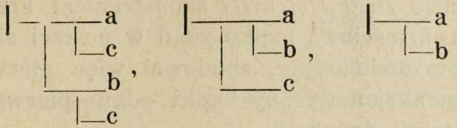
teza

(2) 

Dowód Fregègo.

Na podstawie drugiej tezy podstawowej prawdziwa jest teza  Stosując do tej tezy règułę odrywania, otrzymamy na podstawie tezy (1) tezę (2)

Ażeby otrzymać tezę, oznaczoną przez (4, należy zastosować do ostatniej tezy regułę podstawiania, t. zn. należy za α, β, γ podstawić odpowiednio tezy:



Po wykonaniu podstawień otrzymamy tezę, w której teza (1) jest tezą pochodną, oznaczoną przez (3, poprzednio udowodnioną, a teza (2), jest tezą, oznaczoną przez (4, otrzymaną na mocy reguły odrywania.

A zatem Fregego system aksjomatyczny logiki zdań jest oparty na pewnych tezach i na pewnych regułach dowodzenia.

Tezami systemu Fregego są następujące wyrażenia podstawowe: jedno wyrażenie pierwotne czyli niezdefinjowane (negacja), jedno wyrażenie wtórne czyli zdefinjowane (implikacja) i dziewięć tez naczelnych czyli aksjomatów.

Regułami dowodzenia są: reguła podstawiania i reguła odrywania.

Znaczenie historyczne Fregego polega głównie na tym, że zapoczątkował on nowy okres w historii logiki.

Logikę formalną dzieli się zwykle na logikę nazw (klas) i na logikę zdań.

Logika Arystotelesa jest systemem logiki nazw (klas), jakkolwiek jest zarazem i systemem logiki zdań, ale systemem zdań logicznych tylko pewnego typu.

Logika stoików jest także systemem logiki zdań, ale systemem wszelkich zdań logicznych.

Stoicy opierali logikę nazw (klas) na logice zdań.

Frege pierwszy w ostatnich czasach wszedł na drogę, którą szli stoicy, i logikę zdań zaczął uważać za naukę naczelną i podstawową, logikę zaś nazw (klas) za naukę pochodną—czyli Frege był zdania, że logika nazw (klas) może być zbudowana tylko na podstawie logiki zdań.

W traktacie *Begriffsschrift* skonstruował Frege po raz pierwszy dwuwartościową logikę zdań w postaci aksjomatycznej jako system dedukcyjny, zbudował więc pierwszy historycznie system aksjomatyczny logiki zdań—pierwszy system współczesnej teorii dedukcji.

Ks. Antoni Korcik

Abbé ANTONI KORCIK
Agregé à l'Université
de Cracovie

GOTTLOB FREGE, AUTEUR DU PREMIER SYSTÈME AXIOMATIQUE DE LA LOGIQUE CONTEMPORAINE DES PROPOSITIONS

Gottlob Frege (1848—1925), auteur du premier système axiomatique de la logique contemporaine des propositions marque une nouvelle époque dans l'histoire de la logique. Le système axiomatique de la logique des propositions, exposé par Frege dans l'ouvrage intitulé *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens,* Halle a. S., 1879, se fonde sur certaines thèses et règles de démonstration. Les thèses du système de Frege sont suivantes: un terme primitif ou indéfinissable (la négation), un terme secondaire ou définissable (l'implication), et neuf thèses fondamentales ou axiomes. Les règles de démonstration sont les suivantes: la règle de substitution et la règle d' inférence (au sens de *modus ponens*). C'est pour la première fois qu'une analyse fouillée de la *Begriffsschrift* est entreprise. A cette occasion, l'auteur, s'appuyant aussi sur les autres travaux de Frege, présente son idéographie dans la première phase de son évolution.

Abbé KAZIMIERZ KŁÓSAK
Prof. à l'Université de Cracovie

LE PRINCIPE PHYSIQUE ET MÉTAPHYSIQUE DE CAUSALITÉ ET LES RELATIONS D'INCERTITUDE DE M. HEISENBERG

L'étude présente se propose de trouver, si les relations d'incertitude de M. Heisenberg conduisent ou non à des conclusions destructives du principe physique et métaphysique de causalité.