

LUDWIK BORKOWSKI

BEZKWANTYFIKATOROWY ZAŁOŻENIOWY SYSTEM RACHUNKU NAZW

Część I

W artykule tym przedstawiam pewien bezkwantyfikatorsowy założeniowy system rachunku nazw. Metoda założeniowa pozwala na wprowadzenie w tym bezkwantyfikatorsowym systemie funktorów, które we współczesnym rachunku nazw, tj. w ontologii Leśniewskiego, są definiowane za pomocą kwantyfikatorów. Funktory te są odpowiednikami słów i wyrażeń kwantyfikujących występujących w języku naturalnym (początkowym). Język ten nie zawiera ani zmiennych związanych, ani kwantyfikatorów. Słowa i wyrażenia kwantyfikujące występujące w tym języku należą do kategorii składniowej funktorów różnego rodzaju. Przykładami takich słów i wyrażeń są np. słowa i wyrażenia występujące w zdaniach: „Każdy pies jest ssakiem”. „Pewni poeci są malarzami”. „On jest przyjacielem każdego Polaka”. „On jest ojcem pewnego malarza”. „Każdy abonent tej biblioteki przeczytał pewną książkę z tej biblioteki”. „Pewna książka z tej biblioteki została przeczytana przez każdego jej abonenta”. „Istnieje przynajmniej jeden przedmiot tego rodzaju”. „Istnieje co najwyżej jeden przedmiot tego rodzaju”. „Istnieje dokładnie jeden przedmiot tego rodzaju”.

W sylogistyce arystotelesowskiej, która jest systemem bezkwantyfikatorsowym, sens niektórych spośród tych wyrażeń kwantyfikujących charakteryzuje się metodą aksjomatyczną. W przedstawionym tu systemie znacznie rozszerza się zakres wyrażeń kwantyfikujących wprowadzonych bez użycia kwantyfikatorów. W systemie tym charakteryzuje się również bez użycia kwantyfikatorów słowo „jest”, będące terminem pierwotnym ontologii Leśniewskiego¹.

¹ W artykule *Pierwsza nowoczesna monografia o sylogistyce Arystotelesa* („Studia Logica” T. 7:1957 s. 11-26) sformułowałem reguły założeniowe (oznaczone w obecnym artykule jako DC , OC , DA , OA) pozwalające na udowodnienie aksjomatów sylogistyki. Z reguły DC korzystał J. Śłupecki w swoim systemie bezkwantyfikatorsowego fragmentu ontologii Leśniewskiego, przedstawionym w referacie wygłoszonym na zjeździe Polskiego Towarzystwa Filozoficznego z okazji 70-lecia urodzin Kazimierza Ajdukiewicza 19 II 1961. Nie dysponuję tekstem tego referatu.

Reguły pierwotne przedstawianego systemu są regułami wtórnymi w systemie ontologii Leśniewskiego, opartym na założeniowych regułach rachunku zdań i założeniowych regułach dla kwantyfikatorów, na gruncie definicji odpowiednich stałych za pomocą kwantyfikatorów. Przedstawiany system jest więc fragmentem ontologii Leśniewskiego. Stąd — z uwagi na niesprzeczność ontologii Leśniewskiego — wynika, że przedstawiany system jest niespreczny.

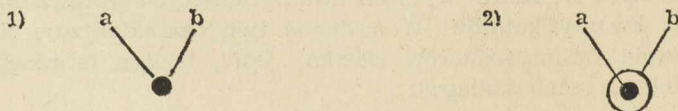
Jako zmiennych nazwowych będziemy używać liter: $a, b, c, d, \dots$. Za zmienne te można podstawiać dowolne nazwy: ogólne, jednostkowe, puste. W wierszach dowodów założeniowych będziemy też używać stałych: $A_1, A_2, \dots$ w takim samym sensie, w jakim są używane stałe wprowadzane w systemie założeniowym przy opuszczaniu kwantyfikatora szczegółowego, a więc jako nazw pewnych przedmiotów spełniających określone warunki, wyznaczone przez kontekst. Podobnie jak w rachunku predykatów dla reguły opuszczania kwantyfikatora szczegółowego² możliwe jest alternatywne ujęcie odnośnych reguł bez wprowadzania stałych nazwowych. W schematach reguł będziemy używać liter: $a, b, c, d, \dots$ jako zmiennych metasystemu oznaczających dowolne wyrażenia nazwowe, zaś litery A_i jako zmiennej oznaczającej stałe wprowadzane w dowodach założeniowych. Jeśli chcemy zaznaczyć, że w danym schemacie dana zmienna, np. a , oznacza tylko zmienne systemu, to wprowadzamy tekst: zmienna a .

System oparty jest na założeniowym systemie rachunku zdań.

Podamy najpierw reguły dla stałych: $\epsilon, ex, sol, \subset, \Delta$. Wyrażenie „ $a \epsilon b$ ” czytamy: a jest b . Wyrażenie „ $ex(a)$ ” czytamy: istnieje przynajmniej jedno a . Wyrażenie „ $sol(a)$ ” czytamy: istnieje co najwyżej jedno a .

O ontologii Leśniewskiego informują prace: J. Śliupeaceki. *St. Leśniewski's Calculus of Names*. „*Studia Logica*” T. 3:1955 s. 7-71; Cz. Lejewski. *On Leśniewski's Ontology*. „*Ratio*” 1:1958 s. 150-176.

Cz. Lejewski wyjaśnia w swym artykule sens stałej „ ϵ ” wskazując na to, że zdanie o postaci „ $a \epsilon b$ ” jest prawdziwe przy jednym z dwóch stosunków zakresowych scharakteryzowanych przez diagramy:



Na takim diagramie zakres nazwy jednostkowej jest przedstawiony przez $\bullet$, zakres nazwy ogólnej przez $\bigcirc$.

A więc zdanie o postaci „ $a \epsilon b$ ” jest prawdziwe, gdy bądź 1) „ a ” i „ b ” są nazwami jednostkowymi tego samego przedmiotu, bądź 2) „ a ” jest nazwą jednostkową przedmiotu, który należy do zakresu nazwy ogólnej „ b ”.

² Por. np. E. Nieznański. *Definicje i dowód indukcyjny a relacje ancestralne*. „*Studia Philosophiae Christianae*” 9:1973 nr 2 s. 103-121.

Wyrażenie „ $a \subset b$ ” czytamy: każde a jest b . Wyrażenie „ $a \triangle b$ ” czytamy: pewne (niektóre) a są b .

$$R1 \frac{a \in b}{a \in a}$$

$$R2 \frac{a \in b \quad b \in c}{a \in c}$$

$$R3 \frac{a \in b \quad b \in c}{b \in a}$$

$$O \text{ ex} \frac{\text{ex}(a)}{A_i \in a}$$

$$D \text{ ex} \frac{b \in a}{\text{ex}(a)}$$

$$O \text{ sol} \frac{\text{sol}(a)}{b \in a \rightarrow a \in b}$$

$$D \text{ sol} \frac{c \in a \wedge d \in a \rightarrow c \in d}{\text{sol}(a)}$$

gdzie c, d są zmiennymi nie występującymi w założeniach dowodu

$$O \subset \frac{a \subset b}{c \in a \rightarrow c \in b}$$

$$D \subset \frac{c \in a \rightarrow c \in b}{a \subset b}$$

gdzie c jest zmienną nie występującą w założeniach dowodu

$$O \triangle \frac{a \triangle b}{A_i \in a \wedge A_i \in b}$$

$$D \triangle \frac{c \in a \wedge c \in b}{a \triangle b}$$

Przyjmujemy, że za każdym razem stosowania reguł $O \text{ ex}$, $O \triangle$ w tym samym dowodzie wprowadzamy nową stałą dotąd w dowodzie nie występującą.

Podamy kilka przykładów dowodów tego systemu za pomocą wprowadzonych reguł.

$$T1 \quad a \in b \rightarrow \text{ex}(a)$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad a \in b \\ 2 \quad a \in a \\ \quad \text{ex}(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{z.} \\ R1, 1 \\ D \text{ ex}, 2 \end{array}$$

$$T2 \quad a \in b \rightarrow \text{sol}(a)$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad a \in b \\ 1.1 \quad c \in a \wedge d \in a \\ 1.2 \quad a \in d \\ 1.3 \quad c \in d \\ 2 \quad c \in a \wedge d \in a \rightarrow c \in d \\ \quad \text{sol}(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{z.} \\ \text{z.d.} \\ R3, 1.1, 1 \\ R2, 1.1, 1.2 \\ 1.1 \rightarrow 1.3 \\ D \text{ sol}, 2 \end{array}$$

T3 $a \varepsilon b \rightarrow a \subset b$

1	$a \varepsilon b$	z.
1.1	$c \varepsilon a$	z.d.
1.2	$c \varepsilon b$	R2, 1, 1.1
2	$c \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon b$	1.1 $\rightarrow$ 1.2
	$a \subset b$	DC, 2

T4 $\text{sol}(a) \rightarrow (c \varepsilon a \wedge d \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon d)$

1	$\text{sol}(a)$	}	z.
2	$c \varepsilon a \wedge d \varepsilon a$		
3	$a \varepsilon d$		O sol, 1, 2
	$c \varepsilon d$		R2, 2, 3

T5 $\text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a) \wedge a \subset b \rightarrow a \varepsilon b$

1	$\text{ex}(a)$	}	z.
2	$\text{sol}(a)$		
3	$a \subset b$		
4	$A_1 \varepsilon a$		O ex, 1
5	$A_1 \varepsilon a \rightarrow A_1 \varepsilon b$		OC, 3
6	$A_1 \varepsilon b$		4, 5
7	$A_1 \varepsilon a \rightarrow a \varepsilon A_1$		O sol, 2
8	$a \varepsilon A_1$		7, 4
	$a \varepsilon b$		R2, 3, 6

T6 $a \varepsilon b \equiv \text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a) \wedge a \subset b$ T1, T2, T3, T5

Teza T6 stanowi odpowiednik aksjomatu ontologii Leśniewskiego za-
notowany za pomocą terminów: ex, sol, $\subset$, które w ontologii są definio-
wane przy użyciu kwantyfikatorów.

T7 $\text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a) \rightarrow a \varepsilon a$

1	$\text{ex}(a)$	}	z.
2	$\text{sol}(a)$		
3	$A_1 \varepsilon a$		O ex, 1
4	$a \varepsilon A_1$		O sol, 2, 3
	$a \varepsilon a$		R1, 4

T8 $a \varepsilon a \rightarrow \text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a)$

1	$a \varepsilon a$	z.
2	$\text{ex}(a)$	D ex, 1
1.1	$c \varepsilon a \wedge d \varepsilon a$	z.d.
1.2	$a \varepsilon d$	R3, 1.1, 1

1.3	$c \varepsilon d$	R2, 1.1, 1.2
3	$c \varepsilon a \wedge d \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon d$	1.1 $\rightarrow$ 1.3
4	$\text{sol}(a)$	D sol, 3
	$\text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a)$	2, 4
D1	$a \varepsilon V \equiv a \varepsilon a$	

Wyrażenie „ $a \varepsilon V$ ” czytamy: a jest przedmiotem.

T9	$\text{ex}(a) \equiv V \triangle a$	
1	$\text{ex}(a)$	z.
2	$A_1 \varepsilon a$	O ex, 1
3	$A_1 \varepsilon A_1$	R1, 2
4	$A_1 \varepsilon V$	D1, 3
	$V \triangle a$	D $\triangle$, 4, 2
1	$V \triangle a$	z.
2	$A_1 \varepsilon V \wedge A_1 \varepsilon a$	O $\triangle$, 1
	$\text{ex}(a)$	D ex, 2

W myśl T9 istnieje przynajmniej jedno a wtedy i tylko wtedy, gdy pewien przedmiot jest a .

T10.	$a \subset a$	
1	$c \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon a$	$p \rightarrow p$
	$a \subset a$	D $\subset$, 1

T11	$\text{ex}(a) \rightarrow a \triangle a$	
1	$\text{ex}(a)$	z.
2	$A_1 \varepsilon a$	O ex, 1
	$a \triangle a$	D $\triangle$, 2

T12	$b \subset c \wedge a \subset b \rightarrow a \subset c$	
1	$b \subset c$	
2	$a \subset b$	z.
3	$d \varepsilon b \rightarrow d \varepsilon c$	O $\subset$, 1
4	$d \varepsilon a \rightarrow d \varepsilon b$	O $\subset$, 2
5	$d \varepsilon a \rightarrow d \varepsilon c$	3, 4
	$a \subset c$	D $\subset$, 5

T13	$b \subset c \wedge b \triangle a \rightarrow a \triangle c$	
1	$b \subset c$	
2	$b \triangle a$	z.
3	$A_1 \varepsilon b \wedge A_1 \varepsilon a$	O $\triangle$, 2

4	$A_1 \varepsilon b \rightarrow A_1 \varepsilon c$	$OC, 1$
5	$A_1 \varepsilon c$	3, 4
	$a \triangle c$	$D\triangle, 3, 5$

Tezy T10, T12, T13 i następnik T11 stanowią aksjomaty sylogistyki arystotelesowskiej podane przez Łukasiewicza, z ograniczeniem podstawiania za zmienne tylko nazw niepustych. W przedstawianym tu systemie, podobnie jak w ontologii Leśniewskiego, dopuszcza się podstawianie za zmienne nazw pustych, dlatego jeden z aksjomatów Łukasiewicza trzeba poprzedzić warunkiem niepustości (T11).

D2 $a \sqsubset b \equiv \text{ex}(a) \wedge a \sqsubset b$

Jest to tzw. mocną interpretacją zdań ogólnotwierdzących.

T14	$a \sqsubset a \rightarrow a \triangle b$	
1	$a \sqsubset b$	z.
2	$\text{ex}(a) \}$	
3	$a \sqsubset b \}$	D2, 1
4	$A_1 \varepsilon a$	O ex, 2
5	$A_1 \varepsilon a \rightarrow A_1 \varepsilon b$	O $\sqsubset$, 3
6	$A_1 \varepsilon b$	5, 4
	$a \triangle b$	$D\triangle, 4, 6$

T15	$a \triangle b \rightarrow b \triangle a$	
1	$a \triangle b$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 \varepsilon b$	O $\triangle$, 1
	$b \triangle a$	$D\triangle, 2$

T16	$a \sqsubset b \wedge b \sqsubset c \rightarrow a \sqsubset c$	
1	$a \sqsubset b \}$	
2	$b \sqsubset c \}$	z.
3	$\text{ex}(a) \wedge a \sqsubset b$	D2, 1
4	$b \sqsubset c$	D2, 2
5	$a \sqsubset c$	T12, 3, 4
	$a \sqsubset c$	D2, 3, 5

T17	$b \sqsubset c \wedge a \triangle b \rightarrow a \triangle c$	D2, T13, T15
-----	--	--------------

Tezy T14, T15, T16, T17 stanowią aksjomaty sylogistyki arystotelesowskiej podane przez J. Słupeckiego dla mocnej interpretacji zdań ogólnotwierdzących z dopuszczeniem podstawiania nazw pustych za zmienne nazwowe.

- D3 $a \varepsilon b \cap c \equiv a \varepsilon a \wedge a \varepsilon b \wedge a \varepsilon c$
 D4 $a \varepsilon b \cup c \equiv a \varepsilon a \wedge (a \varepsilon b \vee a \varepsilon c)$
 D5 $a \varepsilon -b \equiv a \varepsilon a \wedge \sim a \varepsilon b$
 D6 $a \varepsilon \Delta \equiv a \varepsilon a \wedge \sim a \varepsilon a$
 D7 $a \circ b \equiv a \subset b \wedge b \subset a$
 D8 $a = b \equiv a \varepsilon b \wedge b \varepsilon a$

Wyrażenie „ $a \varepsilon \Delta$ ” czytamy: a jest nieprzedmiotem. Znak „ $\circ$ ” jest znakiem tzw. równości zakresowej. Wyrażenie „ $a \circ b$ ” czytamy: wszystkie i tylko a są b .

Na podstawie definicji D3—D7 otrzymujemy jako tezy systemu aksjomaty systemu algebry Boole’a przy interpretacji symboli: „ $+$ ”, „ $'$ ”, „ $=$ ” odpowiednio jako: $\cap$, $\cup$, $-$, $\circ$.

Na podstawie definicji D1, D5 otrzymujemy jako tezy systemu aksjomaty systemu sylogistyki podane przez Wedberga dla terminów: $\subset$, $-$, z tym, że $-$ podobnie jak w przypadku systemu Łukasiewicza — jeden z aksjomatów jest poprzedzony warunkiem niepustości, a mianowicie: $ex(a) \rightarrow (a \subset b \rightarrow \sim a \subset -b)$.

Podobnie na podstawie definicji D2, D3 i D5 otrzymujemy jako tezy systemu aksjomaty Lemmona systemu sylogistyki o terminach pierwotnych: Δ , $-$.

Na podstawie D8 i pozostałych definicji otrzymujemy różne bezkwantyfikatorskie tezy ontologii Leśniewskiego, w których występuje znak identyczności, np.:

- $a \varepsilon V \rightarrow a = a$
 $a \varepsilon V \rightarrow a \varepsilon b \cup -b$
 $a \varepsilon V \rightarrow a \varepsilon -(b \cap -b)$
 $a = b \rightarrow a \circ b$, itp.

Reguły O_{ex} i O_{Δ} można sformułować alternatywnie bez wprowadzania liter rozumianych jako stałe w następujący sposób: O_{ex} . Jeśli do dowodu należy wyrażenie „ $ex(a)$ ” i w tym dowodzie z założenia dodatkowego „ $b \varepsilon a$ ”, w którym zmienna b jest zmienną nie występującą dotąd w dowodzie, jest wyprowadzone wyrażenie φ , w którym nie występuje zmienna b , to dowodu można dołączyć wyrażenie φ .

Regułę tę można zapisać za pomocą schematu:

k. $ex(a)$

j.1 $b \varepsilon a$

.....

j.m φ

k+1 φ

o ile zmienna b nie występuje w wierszach od 1 do k i nie występuje w φ

lub krócej za pomocą schematu:

$$\frac{\text{ex}(a) \quad b \varepsilon a \vdash \varphi}{\varphi}$$

gdzie zmienna b nie występuje w dotychczasowych wierszach dowodu ani w φ

Podobnie można alternatywnie sformułować regułę $O\Delta$ zapisując ją krótko w analogiczny sposób za pomocą schematu:

$$\frac{a \Delta b \quad c \varepsilon a \wedge c \varepsilon b \vdash \varphi}{\varphi}$$

gdzie zmienna c nie występuje w dotychczasowych wierszach dowodu ani w φ

Podamy przykłady dowodów tez T5, T9 za pomocą tak sformułowanych reguł $O\text{ex}$, $O\Delta$.

T5 $\text{ex}(a) \wedge \text{sol}(a) \wedge a \subset b \rightarrow a \varepsilon b$

1	$\text{ex}(a)$	}	z.
2	$\text{sol}(a)$		
3	$a \subset b$		
1.1	$c \varepsilon a$		z.d.
1.2	$c \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon b$		$O\subset, 3$
1.3	$c \varepsilon b$		1.1, 1.2
1.4	$c \varepsilon a \rightarrow a \varepsilon c$		$O\text{sol}, 2$
1.5	$a \varepsilon c$		1.3, 1.1
1.6	$a \varepsilon b$		R2, 1.3, 1.5
	$a \varepsilon b$		$O\text{ex}, 1, 1.1 \rightarrow 1.6$

T9 $\text{ex}(a) \equiv V\Delta a$

1	$\text{ex}(a)$	z.
1.1	$b \varepsilon a$	z.d.
1.2	$b \varepsilon b$	R1, 1.1
1.3	$b \varepsilon V$	D1, 1.2
1.4	$V\Delta a$	$D\Delta, 1.1, 1.3$
	$V\Delta a$	$O\text{ex}, 1, 1.1 \rightarrow 1.4$
1	$V\Delta a$	z.
1.1	$b \varepsilon V \wedge b \varepsilon a$	z.d.
1.2	$\text{ex}(a)$	D ex, 1.1
	$\text{ex}(a)$	$O\Delta, 1, 1.1 \rightarrow 1.2$

W przedstawianym systemie można wprowadzić zmienne predykatowe i funktorowe. Jako zmiennych reprezentujących predykaty i -go rzędu będziemy używać liter: $P^i, P_1^i, P_2^i, \dots$. Zamiast $P^i, P_1^i, \dots$ będziemy pisać odpowiednio: $P, P_1, \dots$. Kontekst wskazuje na liczbę argumentów. Jako zmiennych reprezentujących funktory nazwotwórcze od

argumentów nazwowych będziemy używać liter $f, f_1, f_2, \dots$, przy czym kontekst wskazuje na liczbę argumentów.

Na podstawie D8 i definicji

$$D9 \quad a \in \text{stsf}(P) \equiv a \in V \wedge P(a)$$

można — podobnie jak w ontologii Leśniewskiego — udowodnić tezę

$$T13 \quad a=b \rightarrow (P(a) \rightarrow P(b))$$

(Wyrażenie „ $a \in \text{stsf}(P)$ ” można odczytać: a jest takim przedmiotem, że $P(a)$.)

Powstaje pytanie, czy w systemie można wyrazić i udowodnić odpowiedniki następujących tez ontologii Leśniewskiego:

$$(I) \quad a=b \rightarrow \forall_P (P(a) \rightarrow P(b))$$

$$(II) \quad a \in V \wedge \forall_P (P(a) \rightarrow P(b)) \rightarrow a=b$$

Odpowiedź jest twierdząca, trzeba jednak uogólnić reguły OC i DC i wprowadzić odpowiednie definicje.

Traktując znak „ $\subset$ ” jako znak, którego kategoria składniowa jest wyznaczona przez kontekst („typikalnie wieloznaczny”), wprowadzimy reguły OC i DC dla predykatów:

$$OC \quad \frac{P_1 \subset P_2}{P_1(a) \rightarrow P_2(a)}$$

$$DC \quad \frac{P_1(a) \rightarrow P_2(a)}{P_1 \subset P_2} \quad \text{gdzie zmienna } a \text{ nie występuje w założeniach dowodu}$$

$$OC \quad \frac{P_1^{i+1} \subset P_2^{i+1}}{P_1^{i+1}(P^i) \rightarrow P_2^{i+1}(P^i)}$$

$$DC \quad \frac{P_1^{i+1}(P^i) \rightarrow P_2^{i+1}(P^i)}{P_1^{i+1} \subset P_2^{i+1}} \quad \text{gdzie zmienna } P^i \text{ nie występuje w założeniach dowodu}$$

$$D10 \quad \iota(a)(b) \equiv a=b$$

Wyrażenie „ $\iota(a)$ ” jest predykatem jednoargumentowym pierwszego rzędu. Definiowana stała „ ι ” ma więc indeks $\frac{z}{n}$. Predykat „ $\iota(a)$ ” denotuje cechę bycia identycznym z przedmiotem a .

$$D11 \quad C(a)(P) \equiv P(a)$$

Wyrażenie „ $C(a)$ ” jest predykatem jednoargumentowym drugiego rzędu denotującym tę własność jakiejś własności, że przysługuje ona a .

W przedstawianym systemie odpowiednikiem tezy ontologii (I) jest teza

T19	$a=b \rightarrow C\langle a \rangle \subset C\langle b \rangle$	
1	$a=b$	z.
2	$P(a) \rightarrow P(b)$	T18, 1
3	$C\langle a \rangle(P) \rightarrow C\langle b \rangle(P)$	D11, 2
	$C\langle a \rangle \subset C\langle b \rangle$	D $\subset$, 3

Tezę T19 można odczytać: Jeśli a jest identyczny z b , to każda własność przysługująca a jest własnością przysługującą b .

Odpowiednikiem tezy (II) jest teza

T20	$a \in V \wedge C\langle a \rangle \subset C\langle b \rangle \rightarrow a=b$	
1	$a \in V$	z.
2	$C\langle a \rangle \subset C\langle b \rangle$	
3	$C\langle a \rangle(\iota\langle a \rangle) \rightarrow C\langle b \rangle(\iota\langle a \rangle)$	O $\subset$, 2
4	$C\langle a \rangle(\iota\langle a \rangle) \equiv \iota\langle a \rangle(a)$	D11
5	$C\langle b \rangle(\iota\langle a \rangle) \equiv \iota\langle a \rangle(b)$	D11
6	$\iota\langle a \rangle(a) \equiv a=a$	D10
7	$\iota\langle a \rangle(b) \equiv a=b$	D10
8	$a=a \rightarrow a=b$	3, 4, 5, 6, 7
9	$a=a$	1, D1, D8
	$a=b$	8, 9

Tezę T20 można odczytać: Jeśli a jest przedmiotem i każda własność przysługująca a jest własnością przysługującą b , to a jest identyczne z b .

Zauważmy jeszcze, że w przedstawianym systemie odpowiednikiem wyrażenia kwantyfikatorowego „ $\forall_{a \in V} P(a)$ ” jest wyrażenie „ $\text{ex}(\text{stsf}(P))$ ”

zaś odpowiednikiem wyrażenia „ $\exists_{a \in V} P(a)$ ” jest wyrażenie „ $\text{ex}(\text{stsf}(P))$ ”

lub wyrażenie „ $\forall \Delta \text{stsf}(P)$ ”. Mimo więc braku kwantyfikatorów można w systemie wyrazić odpowiedniki typowych wyrażeń zawierających kwantyfikatory odnoszące się do przedmiotów (tzn. ograniczone warunkiem o postaci: $a \in V$) i udowodnić odpowiedniki różnych tez sformułowanych za pomocą takich kwantyfikatorów.

Wprowadzimy obecnie reguły operowania wyrazami „każdy”, „pewien” występującymi w wyrażeniach takich, jak np. „On jest przyjacielem każdego Polaka”, „On jest synem pewnego malarza” itp. Ogólna postać takich wyrażeń jest następująca: $a \in f \pi b$, $a \in f \sigma b$. Składniowy rozkład takich wyrażeń można próbować ustalać w różny sposób. Można np. przyjąć, że stałe „ π ”, „ σ ” są w tych kontekstach funktorami o inde-

ksie $\frac{n}{\frac{n}{\frac{n}{n}}}$ tworzącymi funktory „ $f\pi$ ”, „ $f\sigma$ ”.

Oprócz wyrażeń tego rodzaju uwzględnimy również wyrażenia takie, jak np. „Każdy abonent tej biblioteki przeczytał pewną książkę z tej biblioteki”, „Pewna książka z tej biblioteki została przeczytana przez każdego abonenta tej biblioteki” itp.

Nawiązując do potocznego sposobu czytania zapiszemy ogólną postać takich wyrażeń następująco: $P\pi a\sigma b$, $P\sigma a\pi b$ itp. Przyjmując taki zapis nie traktujemy tym samym kontekstów „ πa ”, „ σa ” jako wyrażeń nazwowych, gdyż stanowisko takie — którego nie będziemy tu rozpatrywać dokładniej — napotyka na trudności związane i z interpretacją semantyczną, i z ujęciem formalnym. Trudno bowiem mówić o desygnatach kontekstów „ πa ”, „ σa ”, co miałoby miejsce, gdyby to były wyrażenia nazwowe. Traktowanie tych kontekstów jako wyrażeń nazwowych prowadziłoby też do błędnego wniosku, że uprawnionym jest przejście od wyrażenia „ $P\pi a\sigma b$ ” do wyrażenia „ $\check{P}\sigma b\pi a$ ”, a więc prowadziłoby do niepoprawnego przedstawiania wyrażeń zawierających konteksty kwantyfikujące. W wyrażeniu „ $P\pi a\sigma b$ ” traktujemy wyrażenie „ $P\pi\sigma$ ” jako predykat dwuargumentowy (kropki wskazują na miejsca argumentów), który można by też zapisać w postaci „ $P^{\pi\sigma}$ ”, tak że całe wyrażenie miałoby postać „ $P^{\pi\sigma}(a, b)$ ”. Analogicznie ujmujemy wyrażenia tego rodzaju zawierające predykaty wieloargumentowe, a więc wyrażenia o postaci „ $P\alpha_1, \dots, \alpha_n$ ” ($n \geq 1$), gdzie dla każdego $1 \leq i \leq n$ α_i jest wyrażeniem nazwowym poprzedzonym lub nie poprzedzonym jakimś z symboli „ π ”, „ σ ” i dla pewnego $1 \leq i \leq n$ α_i jest wyrażeniem nazwowym poprzedzonym jednym z tych symboli.

Sformułujemy obecnie założeniowe reguły operowania wyrazami „każdy”, „pewien” występującymi w tak rozumianych kontekstach o postaci „ $P\alpha_1 \dots \alpha_n$ ”.

Przyjmujemy, że wyrażenie $\varphi(\pi a)$ jest wyrażeniem rozpatrywanej klasy, w którym kontekst „ πa ” jest pierwszym od lewej strony kontekstem o postaci „ πc ”, nie poprzedzonym żadnym kontekstem o postaci „ πd ” lub „ σd ”, gdzie wyrażenia nazwowe a, c, d mogą być różne lub równe. Przyjmujemy też, że wyrażenie $\varphi(b)$ powstaje z wyrażenia $\varphi(\pi a)$ przez zastąpienie na tym miejscu kontekstu „ πa ” przez wyrażenie nazwowe b .

Podobnie przyjmujemy, że wyrażenie $\varphi(\sigma a)$ jest wyrażeniem rozpatrywanej klasy, w którym kontekst „ σa ” jest pierwszym od lewej strony kontekstem o postaci „ σc ”, nie poprzedzonym żadnym kontekstem o postaci „ πd ”, „ σd ”, gdzie wyrażenia nazwowe a, c, d mogą być różne lub równe. Wyrażenie $\varphi(b)$ powstaje z wyrażenia $\varphi(\sigma a)$ przez zastąpienie w tym miejscu kontekstu „ σa ” przez wyrażenie nazwowe b .

Posługując się tymi oznaczeniami formułujemy reguły $O\pi$, $D\pi$, $D\sigma$ następująco:

$$O\pi \quad \frac{\varphi(\pi a)}{b \varepsilon a \rightarrow \varphi(b)}$$

$$D\pi \quad \frac{b \varepsilon a \rightarrow \varphi(b)}{\varphi(\pi a)}$$

gdzie zmienna b nie występuje w założeniach dowodu ani w wyrażeniu $\varphi(\pi a)$

$$D\sigma \quad \frac{b \varepsilon a \wedge \varphi(b)}{\varphi(\sigma a)}$$

Bez użycia stałych formułujemy regułę $O\sigma$ następująco:

$$O\sigma \quad \frac{\varphi(\sigma a) \quad b \varepsilon a \wedge \varphi(b) \vdash \psi}{\psi}$$

gdzie zmienna b nie występuje w dotychczasowych wierszach dowodu ani w ψ

Przy użyciu stałych reguła $O\sigma$ otrzymuje następujące sformułowanie:

$$O\sigma \quad \frac{\varphi(\sigma a)}{A_{b_1, \dots, b_k} \varepsilon a \wedge \varphi(A_{b_1, \dots, b_k})}$$

gdzie zmienne $b_1, \dots, b_k$ są wszystkimi zmiennymi wyrażeniami $\varphi(\sigma a)$ nie poprzedzonymi symbolami „ π ” ani „ σ ” i stała „ A ” nie występuje w dotychczasowych wierszach dowodu.

Jeśli regułę $O\sigma$ formułujemy przy użyciu stałych, to w podanym powyżej sformułowaniu reguły $D\pi$ przyjmujemy wtedy, że zmienna b nie występuje jako wskaźnik przy jakiejś stałej wprowadzonej w danym dowodzie za pomocą reguły $O\sigma$.

Dla wyrażeń o postaci: $a \varepsilon f \pi b$, $a \varepsilon f \sigma b$ przyjmujemy następujące sformułowania tych reguł:

$$O\pi \quad \frac{a \varepsilon f \pi b}{c \varepsilon b \rightarrow a \varepsilon f(c)}$$

$$D\pi \quad \frac{a \varepsilon a \wedge (c \varepsilon b \rightarrow a \varepsilon f(c))}{a \varepsilon f \pi b}$$

gdzie zmienna c nie występuje w założeniach dowodu ani w wyrażeniu: $a \varepsilon f \pi b$

$$D\sigma \quad \frac{c \varepsilon b \wedge a \varepsilon f(c)}{a \varepsilon f \sigma b}$$

Przy użyciu stałych reguła $O\sigma$ przyjmuje postać:

$$O\sigma \quad \frac{a \varepsilon f \sigma b}{A_{b_1, \dots, b_K} \varepsilon b \wedge a \varepsilon f (A_{b_1, \dots, b_K})}$$

Bez użycia stałych reguła $O\sigma$ przyjmuje postać:

$$O\sigma \quad \frac{a \varepsilon f \sigma b \quad c \varepsilon b \wedge a \varepsilon f(c) \vdash \psi}{\psi} \quad \text{gdzie zmienna } c \text{ nie występuje w}$$

dotychczasowych wierszach dowodu ani w ψ

Podamy przykłady dowodów kilku tez za pomocą wprowadzonych reguł.

T21	$a \subset b \rightarrow f \sigma a \subset f \sigma b$	
1	$a \subset b$	}
2	$c \varepsilon f \sigma a$	z.
1.1	$d \varepsilon a \wedge c \varepsilon f(d)$	z.d.
1.2	$d \varepsilon a \rightarrow d \varepsilon b$	$O\subset, 1.1$
1.3	$d \varepsilon b$	1.1, 1.2
1.4	$c \varepsilon f \sigma b$	$D\sigma, 1.3, 1.1$
	$c \varepsilon f \sigma b$	$O\sigma, 2, 1.1 \rightarrow 1.4$

T22	$a \subset b \rightarrow f \pi b \subset f \pi a$	
1	$a \subset b$	}
2	$c \varepsilon f \pi b$	z.
3	$d \varepsilon b \rightarrow c \varepsilon f(d)$	$O\pi, 2$
4	$d \varepsilon a \rightarrow d \varepsilon b$	$O\subset, 1$
5	$d \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon f(d)$	3, 4
6	$c \varepsilon c$	$R1, 2$
	$c \varepsilon f \pi a$	$D\pi, 6, 5$

T23	$f \sigma(a \cup b) \subset f \sigma a \cup f \sigma b$	
1	$c \varepsilon f \sigma(a \cup b)$	z.
1.1	$d \varepsilon a \cup b \wedge c \varepsilon f(d)$	z.d.
1.2	$d \varepsilon a \wedge c \varepsilon f(d) \vee d \varepsilon b \wedge c \varepsilon f(d)$	1.1, $D\cup$
1.3	$c \varepsilon f \sigma a \vee c \varepsilon f \sigma b$	$D\sigma, 1.2$
1.4	$c \varepsilon f \sigma a \cup f \sigma b$	1.3, $D\cup$
	$c \varepsilon f \sigma a \cup f \sigma b$	$O\sigma, 1, 1.1 \rightarrow 1.4$

Na podstawie tezy T23, T21 i tezy: $a \subset a \cup b$ otrzymujemy tezę

$$T24 \quad f \sigma(a \cup b) \circ f \sigma a \cup f \sigma b$$

$$T25 \quad f \pi a \cap f \pi b \subset f \pi(a \cup b)$$

1	$c \varepsilon f \pi a$	}	z.
2	$c \varepsilon f \pi b$		
3	$d \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon f(d)$		$O\pi, 1$
4	$d \varepsilon b \rightarrow c \varepsilon f(d)$		$O\pi, 2$
5	$d \varepsilon a \vee d \varepsilon b \rightarrow c \varepsilon f(d)$		3, 4
6	$d \varepsilon a \cup b \rightarrow c \varepsilon f(d)$		D4, 5
7	$c \varepsilon c$		R1, 1
	$c \varepsilon f \pi(a \cup b)$		D π , 7, 6

Na podstawie tezy T25, T22 i tezy: $a \subset a \cup b$ otrzymujemy tezę

$$T26 \quad f \pi(a \cup b) \circ f \pi a \cap f \pi b$$

W myśl T21 jeśli każdy poeta jest artystą, to każdy syn jakiegoś poety jest synem jakiegoś artysty.

W myśl T22 jeśli każdy poeta jest artystą, to każdy mecenas każdego artysty jest mecenasem każdego poety.

W myśl T24 nazwa „syn jakiegoś poety lub malarza” jest równozakresowa z nazwą „syn jakiegoś poety lub syn jakiegoś malarza”.

W myśl T25 nazwa „mecenas każdego poety lub malarza” jest równozakresowa z nazwą „mecenas każdego poety i mecenas każdego malarza”.

W następnym twierdzeniu występuje symbol konwersu, który można wprowadzić za pomocą definicji: $P a b \equiv P b a$.

$$T27 \quad P \sigma a \pi b \rightarrow \overset{\cup}{P} \pi b \sigma a$$

1	$P \sigma a \pi b$	z.
1.1	$c \varepsilon a \wedge P c \pi b$	z.d.
1.2	$d \varepsilon b \rightarrow P c d$	$O\pi, 1.1$
1.1.1	$d \varepsilon b$	z.d.
1.1.2	$P c d$	1.2, 1.1.1
1.1.3	$c \varepsilon a \wedge \overset{\cup}{P} d c$	1.1, 1.1.2
1.1.4	$\overset{\cup}{P} d \sigma a$	D σ , 1.1.3
1.3	$d \varepsilon b \rightarrow \overset{\cup}{P} d \sigma a$	1.1.1 $\rightarrow$ 1.1.4
1.4	$\overset{\cup}{P} \pi b \sigma a$	D π , 1.3
	$P \pi b \sigma a$	$O\sigma, 1, 1.1 \rightarrow 1.4$

W myśl T27 jeśli pewna książka z tej biblioteki została przeczytana przez każdego abonenta tej biblioteki, to każdy abonent tej biblioteki przeczytał pewną książkę z tej biblioteki.

$$D12 \quad \varepsilon(b)(a) \equiv a \varepsilon b$$

Jak wiadomo z ontologii Leśniewskiego powyższa definicja każdej nazwie przyporządkowuje odpowiedni predykat, np. nazwie „człowiek” — predykat „jest człowiekiem”.

T28 $\varepsilon\langle b\rangle(\pi a) \equiv a \subset b$

1	$\varepsilon\langle b\rangle(\pi a)$	z.
2	$c \varepsilon a \rightarrow \varepsilon\langle b\rangle(c)$	$O\pi, 1$
3	$c \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon b$	D12, 2
	$a \subset b$	$D\subset, 3$
1	$a \subset b$	z.
2	$c \varepsilon a \rightarrow c \varepsilon b$	$O\subset, 1$
3	$c \varepsilon a \rightarrow \varepsilon\langle b\rangle(c)$	D12, 2
	$\varepsilon\langle b\rangle(\pi a)$	$D\pi, 3$

T29 $\varepsilon\langle b\rangle(\sigma a) \equiv a \triangle b$

1	$\varepsilon\langle b\rangle(\sigma a)$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge \varepsilon\langle b\rangle(A_1)$	$O\sigma, 1$
3	$A_1 \varepsilon b$	D12, 2
	$a \triangle b$	$D\triangle, 2, 3$
1	$a \triangle b$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 \varepsilon b$	$O\triangle, 1$
3	$\varepsilon\langle b\rangle(A_1)$	D12, 2
	$\varepsilon\langle b\rangle(\sigma a)$	$D\sigma, 2, 3$

W myśl T28, T29 zdania kategoryczne o postaci: $a \subset b$, $a \triangle b$ można odpowiednio traktować jako szczególne przypadki zdań o postaci: $P\pi a$, $P\sigma a$, jeśli za „P” weźmiemy predykat „ $\varepsilon\langle b\rangle$ ”.

Tezy T28, T29 można też wyprowadzić z dwóch następnych tez.

T30 $P\pi a \equiv a \subset \text{stsf}(P)$

1	$P\pi a$	z.
2	$b \varepsilon a \rightarrow P(b)$	$O\pi, 1$
3	$b \varepsilon a \rightarrow b \varepsilon \text{stsf}(P)$	D9, 2, D1, R1
	$a \subset \text{stsf}(P)$	$D\subset, 3$
1	$a \subset \text{stsf}(P)$	z.
2	$b \varepsilon a \rightarrow b \varepsilon \text{stsf}(P)$	$O\subset, 1$
3	$b \varepsilon a \rightarrow P(b)$	D9, 2
	$P\pi a$	$D\pi, 3$

T31 $P\sigma a \equiv a \triangle \text{stsf}(P)$

1	$P\sigma a$	z.
2	$A_1 \varepsilon a \wedge P(A_1)$	$O\sigma, 1$

3	$A_1 \varepsilon \text{stsf}(P)$	$D9, 2, D1, R1$
	$a \triangle \text{stsf}(P)$	$D\Delta, 2, 3$
1	$a \triangle \text{stsf}(P)$	$z.$
2	$A_1 \varepsilon a \wedge A_1 \varepsilon \text{stsf}(P)$	$O\Delta, 1$
3	$P(A_1)$	$D9, 2$
	$P \sigma a$	$D\sigma, 2, 3$

*

W dotychczasowej części pracy naszkicowaliśmy zarys systemu formułując pewne jego reguły pierwotne i ilustrując sposoby dowodzenia tez systemu za pomocą tych reguł.

Pozostają do wykonania dwa zadania.

Pierwsze polega na bardziej szczegółowym i usystematyzowanym przedstawieniu tez systemu, które dają się udowodnić za pomocą wprowadzonych reguł.

Jest jednak widoczne, że za pomocą zastosowanej tu metody można wprowadzać do systemu również i pewne inne terminy, które w ontologii Leśniewskiego są definiowane za pomocą kwantyfikatorów.

Powstaje więc zadanie wprowadzenia do przedstawianego tu systemu bezkwantyfikatorowego niektórych przynajmniej ważniejszych i bardziej interesujących spośród tych terminów.

Obu tym zadaniom poświęcona będzie druga część tej pracy.

Na zakończenie przypomnimy o istnieniu znanych trudności związanych z interpretacją kwantyfikatorów wiążących zmienne nazwowe, za które można podstawiać nazwy puste. Dotyczy to zwłaszcza kwantyfikatora szczegółowego, którego nie można interpretować egzystencjalnie w systemie zawierającym takie zmienne (jak np. w ontologii Leśniewskiego). Dlatego interesującym wydaje się zbadanie możliwości wyrażenia różnych pojęć i twierdzeń w bezkwantyfikatorowym systemie rachunku nazw, w którym nie jesteśmy narażeni na wspomniane trudności.

A QUANTIFIER-LESS SUPPOSITIONAL SYSTEM OF THE CALCULUS OF NAMES

Part I

Summary

Various terms defined in Leśniewski's ontology by means of quantifiers are introduced in the system presented in this paper by means of suppositional rules — without the use of quantifiers — and some theorems containing such terms are proved by virtue of those rules.